



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA DE EL SALVADOR  
FACULTAD DE EDUCACIÓN

**APOORTE DE LAS TÉCNICAS LÚDICAS PARA LA COMPRENSIÓN  
Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS, 8º GRADO  
SECCIÓN C, CENTRO ESCOLAR PROF. EMILIO URRUTIA LÓPEZ,  
SAN SALVADOR, 2010 - 2012**

TRABAJO DE GRADUACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:  
MIRIAN YAMILETH ROQUE  
JOSÉ ROBERTO VEGA LEMUS

SAN SALVADOR, 2012



**AUTORIDADES UNIVERSITARIAS**

**ING. LUIS MARIO APARICIO**  
RECTOR

**LICDA. CATALINA MACHUCA DE MERINO**  
VICE-RECTORA ACADÉMICA

**LIC. JORGE ALBERTO ESCOBAR**  
DECANO DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA DE EL SALVADOR  
FACULTAD DE EDUCACIÓN

**Jurado Evaluador:**

F. \_\_\_\_\_

**Lic. Ricardo Armando Cruz**

Presidente

F. \_\_\_\_\_

**Licda. Norma Elizabeth Lemus**

Primer vocal

F. \_\_\_\_\_

**Ing. Fidel Antonio Valencia**

Segundo vocal

**Asesor:**

F. \_\_\_\_\_

**Lic. Ulises Arquimides Cruz López**

<b>ÍNDICE</b>	<b>Pág.</b>
Introducción	1
<b>CAPÍTULO I: MARCO CONCEPTUAL</b>	<b>3</b>
1.1 Objetivos	3
1.1.1 Objetivo general	3
1.1.2 Objetivos específicos	3
1.2 Antecedentes del problema	4
1.3 Justificación	24
1.4 Planteamiento del problema	28
1.5 Alcances y limitaciones	36
1.6 Recuento de conceptos y categorías	44
<b>CAPITULO II MARCO TEÓRICO</b>	<b>48</b>
2.1 Fundamentación teórico metodológica	48
2.1.1 Las habilidades matemáticas	48
2.1.2 La resolución de problemas matemáticos	65
2.1.3 Niveles y fases en el aprendizaje de la geometría	77
2.1.4 El programa de estudio de Matemática para octavo grado de educación básica	81

2.1.5	Las técnicas lúdicas	89
2.2	Construcción del Marco Empírico	104
2.2.1	Monografía	104
2.2.2	Diseño de instrumentos de investigación	112
2.2.3	Levantamiento de información	125
2.2.4	Procesamiento de la información	127
2.2.5	Análisis de la información	133
2.3	Formulación teórico-metodológica de lo investigado	145
2.3.1	Componentes de la metodología utilizada	145
2.3.2	Contraposición de elementos conceptuales con el fenómeno observado en el campo	147
2.3.3	Aporte del equipo investigador	151
2.3.4	Comprobación o pertinencia de la teoría sustentada con la realidad	153
2.4	Desarrollo y definición teórica	155
2.4.1	Alcances del objeto de estudio	155
2.4.2	Las técnicas lúdicas y el desarrollo de habilidades cognitivas	156
2.4.3	Las técnicas lúdicas y el desarrollo de habilidades para la comprensión y resolución de problemas geométricos	157
	<b>CAPITULO III MARCO OPERATIVO</b>	<b>160</b>
3.1	Descripción de los sujetos de la investigación	160

3.2	Procedimiento para la recopilación de datos	165
3.3	Especificación de la técnica para el análisis de los datos	171
3.3.1	Técnica utilizada para el análisis de los datos	171
3.3.2	Sistematización de la información	172
3.3.3	Definición de relaciones en torno al objeto de estudio	173
3.4	Cronograma	175
3.5	Recursos utilizados en el estudio	177
3.6	Índice preliminar sobre informe final	178
3.7	Bibliografía	185
	<b>Anexos</b>	<b>189</b>
	Anexo 1: Guías de visita al centro escolar	
	Anexo 2: Fotografías de la investigación de campo	

## Introducción

El aprendizaje de la Matemática ha sido desde hace ya algún tiempo, motivo de preocupación, tensión, rechazo, y a veces hasta frustración por parte de docentes, alumnos, alumnas, padres y madres de familia. Esta es una de las razones que ha motivado la realización de un gran número de investigaciones, estudios y construcciones teóricas para responder a preguntas tales como: ¿Por qué para muchos estudiantes es tan difícil aprender Matemática? ¿Por qué a muchos no les gusta aprender Matemática? ¿Por qué muchos docentes no logran despertar en sus estudiantes el gusto por el aprendizaje de la Matemática? ¿Existen técnicas para aprender Matemática sin tensión y con motivación?

El presente trabajo es un estudio que pretende identificar el aporte que las técnicas lúdicas pueden dar al desarrollo de habilidades relacionadas con el aprendizaje de la Geometría, y específicamente, a aquellas concernientes a la resolución de problemas geométricos. El fin último es dar una contribución para la producción de insumos teóricos que contribuyan al mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el país.

La realización del presente estudio consta de 4 etapas:

**Investigación documental:** esta etapa fue de recopilación documental, lecturas, selección de autores a estudiar, elaboración de fichas bibliográficas y de resumen según el sujeto y el objeto del estudio.

**Elaboración del Marco Conceptual:** Esta etapa consistió en la elaboración teórica que sustentaría la investigación. Objetivos, antecedentes, justificación, planteamiento del problema, alcances y limitaciones.

**Elaboración del Marco Teórico:** Esta etapa de la investigación, se concreta con el trabajo de recolección de información en el campo ya que también incluye el

marco empírico. En este apartado se elaboró una monografía sobre el Centro Escolar y el municipio al cual pertenece, una fundamentación teórico metodológica del sujeto y el objeto del estudio. Este apartado detalla los instrumentos utilizados para la recolección de la información, el proceso de levantamiento de la información, su procesamiento y análisis, posteriormente se presenta una formulación teórica-metodológica de lo investigado que pretende establecer la comprobación y pertinencia, si la hay, entre la teoría y lo encontrado en el campo. El Marco teórico finaliza con la definición teórica producto de la contraposición de autores y de los resultados de la investigación en el campo, dando respuesta al planteamiento del problema expuesto en el marco conceptual

**Elaboración del Marco Operativo:** Esta etapa resume el procedimiento del estudio, detalla los sujetos de la investigación y expone los procedimientos seguidos para la recolección y procesamiento de la información, cronogramas, listado de recursos, cambios realizados en el desarrollo del estudio.

# CAPÍTULO I MARCO CONCEPTUAL

## 1.1 Objetivos

### *1.1.1 Objetivo general*

Analizar la incidencia de la aplicación de las técnicas lúdicas en los procesos de comprensión y resolución de problemas geométricos para generar insumos teóricos que aporten al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

### *1.1.2 Objetivos específicos*

- Identificar de qué manera influye la aplicación de las técnicas lúdicas en el desarrollo de habilidades cognoscitivas relacionadas con el aprendizaje de la geometría.
- Determinar las habilidades que se ven favorecidas con la aplicación de técnicas lúdicas en el proceso enseñanza aprendizaje, relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos.

## 1.2 Antecedentes del problema

La enseñanza de la Matemática ha sido siempre objeto de reflexión e investigación por parte de docentes e intelectuales que estudian los procesos de aprendizaje. Dentro de ese cúmulo de investigaciones y conocimientos construidos han ido surgiendo diversos consensos sobre la concepción de algunos términos y conceptos. A continuación se presentan algunos elementos que serán el insumo de partida para la presente investigación.

Es común que los y las docentes utilicen de manera indistinta los términos método y técnica; sin embargo, si se desea profundizar en el estudio de las técnicas y su utilización, es necesario establecer una diferencia entre ambos conceptos. Algunos autores han expuesto la diferencia entre método y técnica de la siguiente manera:

Imideo Nérici afirma:

Didácticamente, método significa camino para alcanzar los objetivos estipulados en un plan de enseñanza, o camino para llegar a un fin predeterminado...La palabra técnica deriva de la palabra griega *technikos* y de la latina *technicus* y significa relativo al arte o conjunto de procesos de un arte o de una fabricación. Es decir, significa cómo hacer algo. Por lo tanto, el método indica el camino y la técnica cómo recorrerlo.<sup>1</sup>

Sobre la diferencia arriba señalada, Armando Asti Vera afirma:

El método es un procedimiento general, basado en principios lógicos, que puede ser común a varias ciencias; la "técnica" es un medio específico usado en una ciencia determinada o en un aspecto particular de la misma.

---

<sup>1</sup> Nérici, Imideo G. *Hacia una Didáctica General Dinámica*. Editorial Kapelusz, Argentina, 1985, pp. 363

Ejemplo: el método deductivo se usa tanto en lógica como en Matemática o en física teórica, mientras que las técnicas de observación usadas en psicología social son propias de esta disciplina.<sup>2</sup>

Así, puede establecerse entonces que método es algo más amplio que técnica. La técnica está relacionada con los procedimientos didácticos que facilitan el desarrollo de una parte del aprendizaje que se establece en el método.

Las técnicas de enseñanza que se estudian en la presente investigación son las técnicas lúdicas. Por ello es necesario aclarar su significado. El término “Lúdica” proviene del latín *ludus* (relativo al juego). Al respecto, Carlos Jiménez afirma que:

La lúdica como experiencia cultural es una dimensión transversal que atraviesa toda la vida, no son prácticas, no son actividades, no es una ciencia, ni una disciplina, ni mucho menos una nueva moda, sino que es un proceso inherente al desarrollo humano en toda su dimensionalidad psíquica, social, cultural y biológica.<sup>3</sup>

Las técnicas lúdicas por tanto, son aquellos procedimientos didácticos que están orientados al logro de objetivos a través de actividades relacionadas con el juego. No se trata de juegos arbitrarios o “dinámicas de animación”, sino de actividades didácticas que incorporan elementos de diversión, competencia, trabajo en equipo que motivan y permiten un aprendizaje eficaz por cuanto también se “aprende jugando”.

En el presente estudio los autores citados utilizan los términos “juegos matemáticos” o simplemente “juegos” para referirse a las técnicas lúdicas (juegos para el logro de objetivos didácticos), probablemente la confusión entre los juegos sin sentido didáctico y las técnicas lúdicas (juegos para el logro de objetivos

---

<sup>2</sup> Asti Vera, A. *Metodología de la investigación*. Editorial Kapelusz, Argentina, 1968, pp.16

<sup>3</sup> Jiménez, A. *La lúdica...Un universo de posibilidades*, [en línea] Recuperado el 7 de marzo de 2010, de <http://www.ludicacolombia.com/>.

didácticos), ha provocado que algunos docentes rechacen la incorporación de esos procedimientos en su práctica educativa, argumentando por ejemplo que es pérdida de tiempo o que no aportan de manera significativa al aprendizaje de los alumnos y alumnas.

El juego aporta de manera importante al desarrollo de las capacidades intelectuales. Vilma Rodríguez y Walter Arana afirman:

...el juego es una excelente actividad para ejercitar las capacidades mentales que, al igual que las físicas, se mejoran con el ejercicio, con la práctica. El juego estimula la imaginación, enseña a pensar con espíritu crítico, favorece la creatividad; y por sí mismo el juego es un ejercicio mental creativo. El juego, además de constituir un excelente ejercicio intelectual, puede constituir un material complementario de incalculable valor que permite iniciar, estimular y ejercitar con los alumnos/alumnas el pensamiento y el razonamiento lógico.<sup>4</sup>

El juego, además, constituye un importante recurso para que los alumnos y las alumnas superen la aversión a las Matemáticas. Sobre esto Martín Gardner, citado por Vilma Rodríguez y Walter Arana, opina:

...siempre he creído, que el mejor camino para hacer las Matemáticas interesantes a los alumnos/as y profesores/as, es acercarse a ellos/as en son de juego (...). El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico,... una paradoja, un modelo, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup> Rodríguez, V, Arana, W. *Curso de Especialización para Maestros y Maestras de Tercer Ciclo de Educación Básica. Modulo II Geometría*. Editorial Universitaria, El Salvador, 2003, pp. 94.

<sup>5</sup> Gardner, M, Citado por Rodríguez, V. y Arana, W. *Curso de Especialización para Maestros y Maestras de Tercer Ciclo de Educación Básica. Modulo II Geometría*. Editorial Universitaria, El Salvador, 2003, pp. 95.

De manera particular la enseñanza de la geometría, por medio de técnicas lúdicas resulta especialmente interesante e importante para los alumnos y alumnas de educación básica, por cuanto propician su participación activa y reflexiva en las sesiones de clase, la exploración de los conocimientos previos y la conexión de éstos con otros.

A pesar de que la Matemática posee un gran potencial para la aplicación de técnicas lúdicas, no siempre dichas técnicas (juegos matemáticos) son utilizadas. Los y las docentes expresan en algunos casos, falta de tiempo y/o recursos. Sin embargo, lo que podría haber de fondo entre otras razones, es el desconocimiento o la falta de preparación adecuada.

Actualmente son numerosas las investigaciones y sistematizaciones de experiencias sobre la aplicación de técnicas lúdicas en la enseñanza de la Matemática. En lo que respecta al área de la geometría existen autores y series editoriales dedicadas al estudio del aprendizaje de la geometría y a la aplicación de diversas técnicas para la enseñanza de conceptos geométricos.

La editorial Síntesis de España, presenta en su colección "Matemáticas: Cultura y Aprendizaje", varios volúmenes dedicados al tema de la enseñanza de la Matemática. Sobre la geometría lúdica, en uno de sus textos, se afirma que:

El uso de los juegos en la educación Matemática es, aparte de divertido, una estrategia para abordar o consolidar conceptos y propiedades. La geometría, en particular, ofrece una gama interesante de juegos planos y espaciales en donde las figuras y las transformaciones son protagonistas.

Jugar es, por tanto, una actividad escolar de primer rango. Lo que será importante será saber sacar del goce lúdico, enseñanzas. No hace mucho, millones de ciudadanos jugaban en sus casas y las calles con el cubo de Rubik. Se trata de un juego sencillo pero con enormes posibilidades para

estudios de rotaciones y combinatoria. Sin embargo estas posibilidades se vieron relegadas en la inmensa mayoría de los casos a una minoría. No hay que confundir el juego con el conocimiento del mismo.<sup>6</sup>

Los autores anteriores, clasifican la geometría en: visual, construida, dibujada, medida y lúdica. También hacen una caracterización de los materiales para la enseñanza-aprendizaje y los clasifican según su funcionabilidad.<sup>7</sup>

De acuerdo a los autores antes mencionados, el juego (técnica lúdica) es en la enseñanza de la geometría, un valioso recurso ya que a través de las actividades lúdicas pueden consolidarse conceptos y propiedades, además el juego en sí, permite de manera casi automática el uso de diversas formas geométricas y sus transformaciones.

A manera de ejemplo, pueden mencionarse algunos elementos de la geometría, vinculados a juegos tradicionales en El Salvador.

- El juego de “La peregrina” combina diversas formas básicas (cuadrados y círculos)
- Juegos de canicas como “las güimbas” y el del capirucho, incluyen entre sus reglas el concepto de radio de la circunferencia.

Dichos elementos están presentes en el desarrollo de los juegos pero, cuando un grupo de niños y niñas juegan, no se plantean el aprendizaje de esos conceptos, es decir se trata de juegos sin sentido didáctico. Es tarea de los y las docentes estimular el logro de objetivos de manera intencionada a través de la realización de dichos juegos, haciendo de ellos técnicas lúdicas.

---

<sup>6</sup> Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis, España, 1991, pp. 145.

<sup>7</sup> *Ibidem*.

Fernando Corbalán presenta en su libro *Juegos Matemáticos*, un apartado dedicado a la aplicación de los juegos. El autor plantea que, para que la introducción de técnicas lúdicas en la clase, sea provechosa deben cumplirse condiciones como las siguientes: <sup>8</sup>

- No se deben esperar resultados mágicos. En la enseñanza de las Matemáticas no hay varitas mágicas que produzcan efectos maravillosos. Sí que es previsible en cambio, que se mejoren los resultados, siempre que los recursos sean apropiados y haya interés y dedicación en aplicarlos adecuadamente por parte de los docentes.
- Hay que utilizarlos de manera sistemática y planificada. Aunque no esté de más su utilización episódica, si queremos obtener una influencia duradera, hay que utilizarlos dentro de la programación habitual y con regularidad.
- La utilización del juego debe considerarse como un derecho del alumnado, no como una concesión del profesorado. Si se considera que los juegos son un instrumento pertinente para la enseñanza de las Matemáticas, es un derecho de los alumnos y alumnas que se les proporcione con normalidad, no como un premio a su buen comportamiento o por otras causas ajenas a los objetivos de la asignatura.

Según F. Corbalán, a la hora de plantear la aplicación de elementos lúdicos en los procesos educativos se deben tener presentes los siguientes aspectos:<sup>9</sup>

- La expectativa ante los juegos. La utilización de los juegos supone una expectación por parte de los alumnos y alumnas, y, en principio un posicionamiento positivo ante los mismos.
- Los fines de los juegos. La utilización de los juegos debe estar claramente enmarcada dentro de la programación de la asignatura.

---

<sup>8</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 57.

<sup>9</sup> *Ibidem*. pp. 41

- La introducción de los juegos. A la hora de incorporar un juego debe tenerse la mayor claridad y cuidado en la explicación de las reglas, es decir, presentarlos de forma correcta.
- Tratamiento de la diversidad y atención a la individualidad. El paradigma de la atención al “alumno medio”, ha sido superado. Ya autores como W. Servais, señalaron que “tal alumno no existe”<sup>10</sup>. Los juegos pueden aportar de manera significativa a la atención a las individualidades sobre todo en aspectos como la autoestima, por ejemplo, los juegos de azar, como los que incluyen barajas o los dados, pueden hacer posible que los alumnos y alumnas menos aventajados puedan “ganarle” a los alumnos o alumnas destacadas en su rendimiento académico. Por otro lado muchos juegos permiten que se aborden en diferentes niveles de dificultad, esto permitiría que un alumno o alumna experimente que realmente está avanzando de un nivel menos complejo a otro más elevado y al mismo tiempo esta misma característica permitiría la atención de alumnos o alumnas más destacados que pueden iniciar el juego en niveles superiores.
- Aumento del placer que proporcionan las Matemáticas, por medio de las actividades lúdicas se puede proporcionar a nuestras alumnas y alumnos un placer adicional en la enseñanza de la Matemática que puede ayudar a mejorar las actitudes de los alumnos y alumnas ante las Matemáticas. Letoquart afirma: “¡cuánta energía se ganaría si hubiera Matemáticas sin sufrimiento!”<sup>11</sup>
- Cambio favorable de la actitud ante las Matemáticas. Los juegos son importantes para favorecer cambios positivos en la actitud de los y las estudiantes, es claro que un cambio gradual positivo en la actitud hacia la Matemática es directamente proporcional con un aumento en el logro de los objetivos de aprendizaje propuestos.

---

<sup>10</sup> Servais, W. Citado por Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 44.

<sup>11</sup> Letoquart. Citado por Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 53.

Una técnica lúdica que se destaca y que presenta grandes potencialidades para la enseñanza de la geometría es la de la papiroflexia<sup>12</sup>. Son muchos los textos y experiencias publicadas sobre esta técnica, como ejemplo puede mencionarse la del Instituto María Auxiliadora de Galapa en Colombia: *La Papiroflexia como Recurso Didáctico en la Enseñanza de la Geometría*<sup>13</sup>. Dicho documento es la sistematización de una experiencia que se viene implementando desde el año 2005, y que surgió a partir de los problemas de conceptualización que mostraron los estudiantes en geometría.

El instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en México, ha publicado una sistematización sobre experiencias en la enseñanza de la geometría titulada: *La Enseñanza de la Geometría*<sup>14</sup>. En dicha publicación se hace una caracterización de las tareas, habilidades y niveles a desarrollar en la enseñanza de la geometría, además se presenta un enfoque de resolución de problemas y se incorporan diversas propuestas de materiales y actividades lúdicas para la enseñanza de la geometría. Además el INEE destaca algunas valoraciones sobre las características que poseen las clases de geometría en sexto y tercer grado de educación básica, lo anterior lo hacen con base en los resultados de los Exámenes para la Calidad y Logro Educativos (EXCALE). Según esas pruebas las características generales que poseen las clases de geometría (en México) son:

- Predominio de una Geometría intrafigural (relaciones al interior de una figura) olvidando la Geometría interfigural (relaciones entre diversas figuras).
- Predominio de la enseñanza de la Geometría métrica (cálculo de perímetros, áreas y volúmenes) formando en los alumnos una falsa (limitada) concepción de lo que es la Geometría.

---

<sup>12</sup> La cocotología o papiroflexia, es el arte de hacer figuras con papel. Una de sus variantes más conocidas es la oriental "origami", que también consiste en hacer variadas formas o figuras con papel.

<sup>13</sup> Villanueva de Moya, M. *La Papiroflexia como Recurso Didáctico en La Enseñanza de la Geometría*. Institución Educativa María Auxiliadora de Galapa, Colombia, 2009.

<sup>14</sup> López, O. y García, S. *La Enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, México, 2008, pp. 102.

- Limitaciones en cuanto al uso del vocabulario geométrico, lo que provoca un mal uso de las palabras o expresiones para describir, designar y simbolizar formas o relaciones geométricas.
- No trabajar con los alumnos algunos procesos y formas de razonamiento que son propios de la Geometría, por ejemplo, el método deductivo o el inductivo.

Es preciso señalar que las técnicas lúdicas utilizadas por los y las docentes, deben permitir el desarrollo de habilidades cognitivas básicas. Al respecto Lev Vygotsky citado por D. Papalia, plantea que el desarrollo cognoscitivo está íntimamente vinculado con la interacción social de los alumnos y alumnas

La interacción social – el intercambio que se da entre las personas, especialmente dentro del hogar – es un factor clave en el desarrollo cognoscitivo (...). Todas las funciones mayores de planeación y organización en el desarrollo cognoscitivo aparecen dos veces: primero como resultado de la interacción con otras personas, usualmente adultos, y luego, después de que el niño ha interiorizado lo que los adultos le han enseñado.<sup>15</sup>

El juego es en sí, un hecho colectivo que favorece la interacción social de quien lo practica por tanto, las actividades lúdicas en la enseñanza de la geometría, pueden aportar al desarrollo de las estructuras cognitivas de pensamiento a las que hace referencia el autor anterior.

Santiago Barderas<sup>16</sup> establece algunas habilidades matemáticas que resultan interesantes por cuanto retoma, de alguna manera, la parte creativa, el desarrollo del pensamiento matemático, la geometría y la resolución de problemas. Al respecto, el autor afirma que:

---

<sup>15</sup> Papalia, D y Wendkos, S. *Psicología del Desarrollo*. Editorial Mc Graw Hill, Colombia, 1998, pp. 447.

<sup>16</sup> Barderas, S. *Didáctica de la Matemática*. Editorial La Muralla, Madrid, 2000.

Una de las finalidades propuestas para la práctica docente actual es estimular la formación del pensamiento en lo reflexivo, crítico y creativo para así estimular el desarrollo de los procesos de auto aprendizaje.

Para responder a esta finalidad, deben desarrollarse las llamadas habilidades matemáticas. Entre estas habilidades se tienen:

**La flexibilidad del pensamiento.** Consiste en la posibilidad de resolver un problema de diversas formas, haciendo uso de estrategias varias. El desarrollo de esta habilidad permite lograr claridad, simplicidad, economía de esfuerzo y racionalidad en la resolución de problemas.

**La reversibilidad del pensamiento.** El desarrollo de esta habilidad involucra varias ideas pedagógicas:

- a. Que el alumno y la alumna aprenda a resolver problemas y que pueda plantearlos.
- b. Que el alumno y la alumna sepa establecer secuencias de orden progresivo y de orden regresivo en planteamientos problemáticos.
- c. Que el alumno y la alumna aprenda a reconstruir procesos mentales en forma directa y en forma inversa.

Se desarrolla en el alumno y alumna la habilidad de llegar del enunciado de un problema específico al resultado pedido, y, ya conocido éste y algún dato del enunciado directo del problema, construir enunciados problemáticos que lleven a obtener un resultado que en el enunciado original era un dato.

**La memoria generalizada.** El desarrollo de esta habilidad comprende cuatro ideas formales:

- a. Buscar generalizar propiedades de los objetos matemáticos (puntos, líneas, etc.)
- b. Determinar cuándo se dan relaciones matemáticas y cuando se dan operaciones matemáticas.
- c. Conseguir formas simplificadas, resumidas y abreviadas del razonamiento matemático.
- d. Determinar la estructura de un problema y ver si responde a una estructura formal al variar la condición de los datos iniciales.

**La clasificación completa.** Se domina esta habilidad cuando es posible dar ejemplos y contraejemplos referentes a un objeto definido; cuando puede distinguirse si un objeto pertenece a cierta clasificación dada; cuando es posible ver si el uso que se da a un objeto matemático puede asignársele a otro objeto y obtener el mismo comportamiento.

**La imaginación espacial.** Consiste en buscar formas diferentes de expresar en forma geométrica la resolución de un problema.

Existen habilidades cognitivas relacionadas directamente con la geometría cuyo desarrollo puede verse favorecido con la utilización de elementos lúdicos en el aula. Autores como Hoffer, citado por Aliendro, hablan de cinco habilidades cognoscitivas relacionadas con el aprendizaje de la geometría:<sup>17</sup>

### **Habilidades visuales**

Captación de representaciones visuales externas: implican poder leer, comprender e interpretar las representaciones visuales y el vocabulario espacial usados en trabajos geométricos, gráficos y diagramas de todo tipo.

---

<sup>17</sup> Hoffer, citado por Aliendro, E y Astorga, A. *Retorno de la geometría*. Unión Matemática Argentina UMA, Argentina, 2005, pp.3-7.

Procesamiento de imágenes mentales: comprende la posibilidad de manipular y analizar imágenes mentales y transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otra clase de información, a través de representaciones visuales externas.

### **Habilidades de dibujo y construcción**

Estas habilidades están ligadas a las de usos de representaciones externas. Las representaciones externas en matemáticas son una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción con los cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna relacionada con la matemática.

En su aprendizaje de la geometría los alumnos deben desarrollar habilidades de dibujo y construcción relacionadas con la representación de figuras y cuerpos, la reproducción a partir de modelos dados y la construcción sobre la base de datos dados en forma oral; escrita o gráfica

### **Habilidades de comunicación**

Entenderemos a la habilidad de comunicación como la competencia del alumno para leer, interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita, información (en este caso geométrica), usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada.

Habilidades de comunicación son: Escuchar, localizar, leer e interpretar, denominar, definir y comunicar información.

### **Habilidades de pensamiento**

Las habilidades lógicas están relacionadas con las habilidades de razonamiento analítico, es decir, las necesarias para desarrollar un

argumento lógico. En el uso habitual, cuando se habla de razonamiento se habla de razonamiento lógico.

Habilidades lógicas a desarrollar con el estudio de la geometría en la educación básica son: abstraer conceptos y relaciones, generar y justificar conjeturas; y formular contraejemplos.

### **Habilidades relacionadas con la resolución de problemas.**

Habilidades relacionadas con esto son:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- Anticipar estrategias posibles de solución antes de ejecutarlas.
- Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.

La resolución de problemas no solo es considerada una de las habilidades a desarrollar en el aprendizaje de la geometría, también es asumida como un enfoque en el desarrollo curricular de la asignatura de la Matemática.

Los actuales programas de estudio para la asignatura de Matemática del Ministerio de Educación de El Salvador (MINED), están elaborados con un enfoque de resolución de problemas para el desarrollo de competencias básicas. Sobre lo anterior el MINED, expone:

El enfoque de la asignatura responde a la naturaleza de la Matemática: resolver problemas en los ámbitos científicos, técnicos, sociales y de la vida cotidiana. En la enseñanza de la Matemática se parte de que en la solución de todo problema hay cierto descubrimiento que puede utilizarse siempre. En

este sentido los aprendizajes se vuelven significativos desde el momento que son para la vida, más que un simple requisito de promoción. Por tanto, el o la docente debe generar situaciones en que el estudiantado explore, aplique, argumente y analice los conceptos, procedimientos algebraicos, algoritmos; sistematice e interprete información, y otros tópicos matemáticos acerca de los cuales debe aprender.<sup>18</sup>

Dicho enfoque del programa de estudio responde además al desarrollo de competencias básicas. El concepto de competencias es relativamente nuevo en el contexto educativo salvadoreño, Mario Segura las define de la siguiente manera:

...la noción de competencia implica la habilidad para hacer algo, o la capacidad para llevar a cabo una tarea. Esta capacidad se integra por habilidades, aptitudes y valores, que permiten justamente la realización de la labor específica a la cual se hace referencia. La competencia vincula las aptitudes de una persona con el desempeño satisfactorio que corresponden a una o varias áreas del saber y del ser.<sup>19</sup>

El currículo nacional salvadoreño aspira, en la asignatura de Matemática, al desarrollo de las siguientes competencias Matemáticas básicas:<sup>20</sup>

- **Razonamiento lógico matemático.** Esta competencia promueve en los y las estudiantes la capacidad para identificar, nombrar, interpretar información, comprender procedimientos, algoritmos y relacionar conceptos.

---

<sup>18</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 9.

<sup>19</sup> Segura, M. La Evaluación del Aprendizaje Basada en el Desempeño por Competencias. [en línea]. Revista electrónica Actualidades Investigativas en Educación; vol. 9, núm. 2, Costa Rica, 30 de agosto de 2009, pp. 9. Recuperado el 12 de abril de 2010 de: <http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/2-2009/archivos/evaluacion.pdf>

<sup>20</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 9.

- **Comunicación con lenguaje matemático.** Esta competencia desarrolla habilidades, conocimientos y actitudes que promueven la descripción, el análisis, la argumentación y la interpretación utilizando el lenguaje matemático, desde sus contextos, sin olvidar que el lenguaje natural es la base para interpretar el lenguaje simbólico.
- **Aplicación de la Matemática al entorno.** Es la capacidad de interactuar con el entorno y en él, apoyándose en sus conocimientos y habilidades numéricas. Se caracteriza también por la actitud de proponer soluciones a diferentes situaciones de la vida cotidiana.

El currículo concibe los contenidos como el conjunto de habilidades, aptitudes y conocimientos necesarios para el desarrollo de las competencias y los integra en tres grupos<sup>21</sup>:

- **Conceptuales:** hechos, conceptos, sistemas conceptuales
- **Procedimentales:** habilidades, técnicas, métodos, estrategias
- **Actitudinales:** actitudes, normas y valores

Estos contenidos tienen la misma relevancia, ya que sólo integrados reflejan la importancia articulada del saber, saber hacer y saber ser y convivir, que se corresponden justamente con las competencias antes mencionadas.

Lo anterior supone que la práctica docente desde un enfoque de resolución de problemas en los procesos de enseñanza aprendizaje de la Matemática, asegura el logro de los objetivos de la educación nacional en dicha área del conocimiento, lo cual sigue siendo un reto para muchos docentes que, por diversos motivos, no desarrollan sus clases con dicho enfoque. Entre esas razones podríamos mencionar la confusión que existe entre lo que es ejercicio matemático y problema matemático y su respectiva resolución.

---

<sup>21</sup> Ibídem, pp. 5.

Desde hace ya varios años, diversos autores han trabajado y desarrollado la definición de qué es un “problema matemático” y al mismo tiempo, lo han diferenciado de otros conceptos como “ejercicio matemático”. Al respecto Yulaimis Leiva define:

...un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá con certeza, a la solución. Un problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada. Existen obstáculos para lograr ese objetivo, se requiere deliberación, y se parte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptada como problema por alguien, antes de que pueda adoptar tal denominación.<sup>22</sup>

De la definición anterior se puede concluir que un problema es más que una situación a la que se le aplicará un algoritmo de manera mecánica. Por tanto, en la resolución de un problema hay más procesos implicados que la sola aplicación de un procedimiento.

Sobre la resolución de problemas son diversos los autores que han propuesto un método; sin embargo, un modelo que se destaca, es el propuesto por George Polya<sup>23</sup>, quien plantea un método de cuatro pasos:

**Paso 1: Comprensión del problema.** El alumno debe comprender el problema: Pero no solo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. Si hay falta de comprensión o interés por parte del alumno, no siempre es su culpa; el problema debe escogerse adecuadamente, ni muy

---

<sup>22</sup> Leiva, Y. *Estrategia para estimular el proceso de formulación de problemas geométricos en la Secundaria Básica*, [en línea]. Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero, Cuba, 2009, pp. 10-11. Recuperado el 29 de octubre de 2009 de: <http://www.monografias.com/trabajos16/problemas-geometricos/problemas-geometricos.shtml>

<sup>23</sup> Polya, G. *Como Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas, México, 1965, pp. 28-35.

difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante.

Ante todo, el enunciado verbal del problema debe ser comprendido. El maestro puede comprobarlo, hasta cierto punto, pidiéndole al alumno que repita el enunciado, lo cual deberá poder hacer sin titubeos. El alumno deberá también poder separar las principales partes del problema, la incógnita, los datos, la condición.

**Paso 2: Concepción de un plan.** Tenemos un plan cuando sabemos, al menos a “grosso modo”, que cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita. De la comprensión del problema a la concepción del plan el camino puede ser largo y tortuoso. De hecho lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan, Esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto “una idea brillante”. Lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea brillante ayudándole, pero sin imponérsele.

**Paso 3: Ejecución del plan.** Poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, ello no tiene nada de fácil. Hace falta, para lograrlo, el concurso de toda una serie de circunstancias: conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración, y lo que es más, buena suerte. Es mucho más fácil llevar al cabo el plan. Para ello lo que se requiere sobre todo es paciencia.

**Paso 4: Visión retrospectiva.** Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus alumnos que ningún problema puede considerarse completamente terminado, Siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede

mejorar cualquier solución y en todo caso, siempre podremos mejorar nuestra comprensión de la solución.

El modelo anterior se aplica para los problemas matemáticos de las diferentes áreas entre ellos los de geometría. Sin embargo, hay que decir que no cualquier problema es un buen problema matemático que permita el logro de los objetivos didácticos propuestos

Según Santiago Barderas, en el análisis previo a la resolución de un problema deben tenerse en cuenta: los conceptos, los procedimientos y las actitudes<sup>24</sup>. Dicho autor plantea que:

Entre los conceptos deben considerarse:

- a. Establecer si es un problema o un enunciado trivial.
- b. Establecer si se puede resolver con los conocimientos que se tienen.
- c. Considerar las etapas de resolución.
- d. Considerar procedimientos de resolución.

Entre los procedimientos debe considerarse:

- a. Uso de simbolismo.
- b. Enunciado de estrategias.
- c. Aplicación de una estrategia determinada.
- d. Determinar datos necesarios para la resolución.
- e. Comprobación de las soluciones

Entre las actitudes debe considerarse:

- a. Decisión de resolverlo.

---

<sup>24</sup> Barderas, S. *Didáctica de la Matemática*. Editorial La Muralla, Madrid, 2000.

- b. Iniciativa para formar un plan de resolución.
- c. Disposición para cambiar de estrategia.
- d. Disposición para trabajar en equipo.

El enfoque del currículo nacional basado en la resolución de problemas, ha sido ya propuesto por otros autores que además han profundizado y planteado un modelo didáctico para la enseñanza de la Matemática basado en la resolución de problemas. Al respecto Antonio García expone tres interpretaciones distintas sobre dicho enfoque<sup>25</sup>:

- Enseñar para resolver problemas
  - Proponer a los alumnos más problemas.
  - Emplear aplicaciones de los problemas a la vida diaria y a las ciencias.
  - No proponer sólo ejercicios sino también problemas genuinos que promuevan la búsqueda, la investigación por los alumnos.
  
- Enseñar sobre la resolución de problemas
  - Enseñanza de la heurística. El objetivo es que los alumnos lleguen a aprender y a utilizar estrategias para la resolución de problemas.
  
- Enseñar vía la resolución de problemas
  - Enseñar la Matemática a través de problemas.
  - Son objetivos de la resolución de problemas los siguientes: desarrollo de la capacidad de razonamiento, aplicación de la teoría previamente expuesta y la resolución de cuestiones que la vida diaria plantea.

El autor anterior afirma que si se quiere que los alumnos aprendan a resolver problemas, entendiendo el término bajo las tres acepciones anteriores, se debe

---

<sup>25</sup> García, A. *La Didáctica de las Matemáticas: Una Visión General* [en línea]. Red Telemática Educativa Europea. España, pp. 8. Recuperado el 19 de abril de 2010 de <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>

diseñar y desarrollar la enseñanza según tales términos, - Yo estoy convencido que es posible articular un currículo cuya metodología sea la resolución de problemas y que con tal currículo se pueden cubrir aspectos profundos de los conceptos Matemáticas <sup>26</sup> .

George Polya, expresa el planteamiento anterior de la siguiente manera:

...un profesor de Matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello.<sup>27</sup>

Todos los elementos anteriores son sólo algunos de los antecedentes a la presente investigación. Sin embargo es necesario aclarar que en El Salvador, todo ese cúmulo de experiencias es poco conocido, salvo por aquellas personas que se han especializado en el estudio de esos temas. Aun está pendiente en el país, la investigación y socialización de toda esa riqueza de conocimiento a la mayoría de docentes que, de una u otra manera, están implicados en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en especial, de la geometría.

---

<sup>26</sup> *Ibíd.*

<sup>27</sup> Polya, G. *Como Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas, México, 1965, pp. 5.

### 1.3 Justificación

La formación Matemática de los alumnos y alumnas y, en especial la referida a la geometría, es fundamental para que se desempeñen con efectividad y eficacia en la vida. Lo anterior es una de las principales razones que le da importancia al estudio a realizarse. Para ello es necesario reflexionar sobre el por qué los y las estudiantes deben aprender geometría y saber aplicarla a su entorno cotidiano. A continuación se muestran algunas de las razones que justifican su importancia<sup>28</sup>, las cuales están relacionadas con el carácter formativo y práctico de la Matemática:

- Se aplica en la realidad (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera).
- Se usa en el lenguaje cotidiano (por ejemplo, se dice: calles *paralelas*, tinacos *cilíndricos*, la escalera en *espiral*, etcétera).
- Sirve en el estudio de otros temas de las Matemáticas (por ejemplo, un modelo geométrico de la multiplicación de números o expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos).
- Permite desarrollar en los alumnos y alumnas su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hacen.

Además de las razones expuestas por el autor anterior, puede agregarse que la geometría posee también un carácter instrumental en el sentido de que otras disciplinas del conocimiento, construyen sus saberes basándose entre otros fundamentos, en los conceptos geométricos básicos (La física, la química, la medicina, la electrónica, la biología, entre otras).

---

<sup>28</sup> López, O. y García, S. *La Enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (1ª ed.). México, 2008, pp. 30.

Por otro lado, se considera que una investigación de este tipo constituye un aporte a los esfuerzos de investigación que en El Salvador se llevan a cabo en la actualidad. Si bien es cierto, ya existe una buena cantidad de literatura escrita sobre la enseñanza de la Matemática, todavía es muy poco el contacto que los y las docentes tienen con esos libros. Se considera entonces, que estudios de esta naturaleza pueden ser un apoyo para los y las docentes de Matemática en servicio y en formación quienes, en repetidas ocasiones, tienen inquietudes genuinas por innovar y mejorar sus prácticas educativas en la enseñanza de la Matemática, lo cual beneficiaría a los alumnos y alumnas que en muchos casos, expresan aversión o rechazo por la Matemática y en especial por la geometría.

El estudio que se propone permitiría obtener, desde la práctica, conclusiones sobre aspectos como los siguientes:

- Recopilación de experiencias sobre la aplicación de elementos lúdicos en diferentes contextos educativos. Centrando la atención en la manera en que fueron implementados y los resultados que se obtuvieron.
- Comprobar, a través de casos concretos, si efectivamente las técnicas lúdicas, aportan al conocimiento matemático - geométrico y en específico a la resolución de problemas, abriendo la posibilidad de aceptación de los conocimientos ya generados o sentando las bases para producir nuevos.
- Validar en el contexto nacional los resultados obtenidos de la aplicación de técnicas lúdicas bajo otras condiciones. Es posible que los resultados obtenidos en contextos diferentes no sean los mismos.
- Obtención de información relacionada con el desempeño en la asignatura de Matemática de un grupo de alumnos y alumnas de octavo grado de un Centro Escolar de San Salvador que permita establecer, si es posible, una relación entre la aplicación de las técnicas lúdicas utilizadas y el desarrollo de habilidades Matemáticas, en especial las vinculadas con la resolución de problemas geométricos.

Todo lo anterior constituye un aporte al conocimiento de la didáctica de la geometría en el contexto nacional. Actualmente los programas de estudio oficiales de la asignatura de Matemática en los distintos niveles educativos, hacen énfasis en la necesidad de abordar la enseñanza de la Matemática desde el enfoque de la resolución de problemas en los ámbitos científicos, técnicos, sociales y de la vida cotidiana. Se trata de que los aprendizajes académicos se vuelvan significativos, útiles para la vida.

Por otro lado, se espera que en la medida en que los centros educativos de educación superior promuevan investigaciones de este tipo, los docentes en formación y los formadores, tendrán a su disposición más recursos para la profundización teórica y práctica en las asignaturas de didáctica de la Matemática y otras relacionadas con la práctica docente.

Las técnicas lúdicas para la enseñanza de la geometría y la resolución de problemas han sido aplicadas en diferentes contextos y sobre ellas hay abundante teoría, parte de la cual ha sido expuesta en los antecedentes de esta investigación.

Es importante mencionar además que se cuenta con el apoyo de los docentes colaboradores en la investigación, quienes muestran interés y disposición por experimentar, conocer y validar el uso de procedimientos didácticos y recursos que permitan superar algunas de las situaciones que observan en su centro educativo en cuanto al aprendizaje de la geometría.

En la medida en que se incorpore en los procesos de reflexión docente la pregunta sobre en qué medida aportan las técnicas lúdicas a los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría y en específico a la resolución de problemas, se avanzará en el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el sistema educativo salvadoreño que, en la actualidad, ha incorporado en los programas de estudio de la asignatura de Matemática una mayor presencia de los

contenidos de geometría y además, mediciones nacionales de aprendizaje como la Prueba de Aptitudes y Aprendizajes (PAES), ha priorizado en el área de Matemática, la evaluación de contenidos referidos a la geometría.

En El Salvador, investigaciones de este tipo son poco frecuentes y si se han realizado, seguramente han sido poco difundidas. El tema de la aplicación de técnicas lúdicas es relativamente reciente en el contexto educativo nacional, sin embargo es cada vez más grande el número de docentes que están interesados en la búsqueda de información relativa a las ventajas del uso de dichas técnicas y su aplicación en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en general y en particular de la geometría.

El hecho de que un trabajo de graduación para acceder al grado de licenciatura elija como tema la aplicación de las técnicas lúdicas, puede ayudar a que se reconozca por parte de la comunidad educativa, la validez y el aporte que lo lúdico puede dar a la formación Matemática en los distintos niveles educativos de la educación formal de El Salvador.

En el campo de la investigación que actualmente se desarrolla en la Universidad Pedagógica en la especialidad de Matemática, hasta la fecha no se han realizado estudios de esta naturaleza que correspondan a trabajos de graduación. Por lo anterior se considera un aporte novedoso para la construcción teórica que se impulsa desde la institución.

El presente estudio será, sin lugar a dudas, un insumo para que otras instancias interesadas en la profundización de esa temática puedan contar con una base que permita actualizar y enriquecer futuros esfuerzos de carácter investigativo que, en el mediano plazo, se traduzcan en cambios concretos en la práctica docente y mejoras en los procesos de formación de los alumnos y alumnas.

## 1.4 Planteamiento del problema

El desempeño de los y las estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje en la asignatura de Matemática y en especial, en los temas de geometría, ha sido siempre motivo de especial atención y hasta de preocupación por parte de todas y todos los involucrados en el acto educativo. Lo anterior no es para nada antojadizo ni fortuito, sino que se trata de una situación que ha sido casi una constante en la mayoría de centros educativos del país. Muchas veces la misma comunidad educativa evalúa al centro escolar en función del criterio de “que tanta Matemática aprenden ahí los alumnos y alumnas”.

La situación anterior se profundiza cuando se indaga sobre las habilidades relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos que se desarrollan en los alumnos y alumnas. En muchas ocasiones dicho aspecto no está en lo absoluto presente en el desarrollo de los contenidos y, en otras, se piensa que al resolver ejercicios de aplicación, se está cubriendo el área de la resolución de problemas. Lo anterior se relaciona además con la metodología utilizada por los y las docentes en las clases de Matemática y más aún en particular, en la resolución de problemas geométricos.

En el contexto educativo nacional, pocas veces se toman en cuenta los elementos lúdicos de la didáctica de la Matemática, esto se acentúa más cuando se trata de la metodología para la resolución de problemas geométricos. En algunos casos la aplicación de las técnicas lúdicas a los aspectos antes mencionados se realiza de manera inadecuada o limitada; desaprovechando así todo el potencial que dichas técnicas poseen para el logro de niveles de aprendizaje superiores. Las causas de lo anterior son diversas y a su vez generan efectos que deben ser analizados y tomados en cuenta por quienes se interesen en el estudio de las deficiencias de las alumnas y los alumnos en la comprensión y resolución de problemas geométricos.

A continuación se exponen algunos de los hechos que plantean la problemática anterior, y se mencionan algunas de sus posibles causas y sus efectos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

En ocasiones los alumnos y alumnas son iniciados en el estudio de la geometría de manera inadecuada o limitada; por ejemplo muchos conceptos son reducidos sólo a su representación gráfica en papel y se deja de lado, el resto de representaciones y aplicaciones que permitirían comprender en su totalidad conceptos elementales como línea, ángulo y triángulos. Por otro lado la enseñanza de conceptos como el área, se reduce a la aplicación de una fórmula (algoritmo) la cual genera un resultado que casi nunca es comprendido en todo su significado. Todo lo anterior afecta de manera significativa el desarrollo de las habilidades relacionadas con la enseñanza de la geometría (visuales, dibujo y construcción, comunicación, pensamiento y resolución de problemas)<sup>29</sup>

El desarrollo de las destrezas motoras gruesas y finas sólo es atendido de manera concreta y sistemática en los primeros años de escolarización y, durante el resto del proceso educativo básico de los alumnos y alumnas, esas destrezas son escasamente estimuladas y reforzadas. Lo anterior provoca que en niveles superiores de la educación básica, como el tercer ciclo, habilidades geométricas fundamentales como la percepción espacial, estén muy poco desarrolladas, generando dificultades para el avance de los alumnos y alumnas en los diferentes niveles del aprendizaje de la geometría que a mediados del siglo XX, autores como el matrimonio Van Hiele<sup>30</sup> definieron así:

---

<sup>29</sup> Hoffer, citado por Aliandro, E y Astorga, A. *Retorno de la geometría*. Unión Matemática Argentina UMA, Argentina, 2005, pp.3-7.

<sup>30</sup> Fouz, F y Donosti B. *Modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría*. [en línea]. Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, España, 2004, pp. 67-68. Recuperado el 9 de noviembre de 2009 de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/testuakonline/04-05/pg-04-05-fouz.pdf>

## **Nivel 0: Visualización o reconocimiento**

Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo.

## **Nivel 1: Análisis**

Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.

De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades, no pueden elaborar definiciones.

Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades, sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

## **Nivel 2: Ordenación o clasificación**

Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a su nivel de razonamiento lógico, son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento, pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

## **Nivel 3: Deducción formal**

En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se

puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de la Matemática.

#### **Nivel 4: Rigor**

Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

En muchos casos los alumnos y alumnas durante su proceso educativo, no son familiarizados de manera adecuada con el uso del lenguaje geométrico. Esto fomenta la percepción de que dicha terminología es extraña y con ninguna utilidad o aplicabilidad y además, favorece el desinterés por la asignatura, provocando que la resolución de problemas sea para los y las estudiantes una actividad sin sentido y carente de significado.

En El Salvador, los actuales programas educativos oficiales para la asignatura de Matemática fueron elaborados en 2008, y puestos en práctica a partir de 2009; en esos documentos se establece la resolución de problemas como enfoque de la asignatura<sup>31</sup> sin embargo, la entrega de dichos programas, no estuvo acompañada de una adecuada capacitación técnica para los y las docentes de Matemática, tanto del sector público como privado, quienes en su mayoría no poseen la formación didáctica necesaria para abordar dicho enfoque.

---

<sup>31</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 9.

Según Antonio García, el enfoque de resolución de problemas, implica la enseñanza “*para*”, “*sobre*” y “*vía*”, la resolución de problemas.<sup>32</sup> La deficiencia en la formación docente anterior se expresa en aspectos como:

- A veces los y las docentes creen que incorporando nombres propios del entorno (lugares y personas), en la redacción de un ejercicio geométrico (que mecaniza la aplicación de un algoritmo), están planteando a sus alumnos y alumnas la “resolución de problemas geométricos”
- Es común que los y las docentes de Matemática no aborden con sus alumnos y alumnas el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas con la formación matemática<sup>33</sup> como son:
  - Utilizar distintos tipos de razonamiento (inductivo, deductivo, por casos, analógico, progresivo, regresivo)
  - Hacer y comprobar conjeturas
  - Demostrar resultados
  - Abstractar modelos, pautas y regularidades
  - Simplificar situaciones problemáticas
- Por otro lado, también es muy escasa la enseñanza y aplicación de estrategias para la resolución de problemas que supere la idea bastante aceptada, acerca de que el algoritmo “es la estrategia”, que sirve para resolver todos los problemas relacionados con un contenido.

En muchos casos los docentes en servicio incorporan al inicio de sus clases de Matemática un “momento de animación” en el cual realizan dinámicas de motivación o integración, creyendo que al hacerlo están incorporando los elementos lúdicos de la enseñanza. Lo anterior deja de lado que dichos elementos

---

<sup>32</sup> García, A. *La Didáctica de las Matemáticas: Una Visión General* [en línea]. Red Telemática Educativa Europea. España, pp. 8. Recuperado el 19 de abril de 2010 de <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>

<sup>33</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio de Primer Año de Educación Media*. Editorial Trejos Hnos Sucesores, Costa Rica, 2001, pp. 3

lúdicos son un recurso valioso para la construcción de diversos conceptos y el desarrollo de habilidades Matemáticas y, específicamente, las geométricas. Los diferentes momentos que ocurren en el aula de clase y sus implicaciones en el aprendizaje de los alumnos y alumnas, han sido objeto de numerosos estudios, en 1986 el francés Guy Brousseau introdujo el concepto de las situaciones didácticas y las diferenció en cuatro tipos: Acción, formulación, validación e institucionalización<sup>34</sup>.

La apatía o rechazo a la aplicación de técnicas lúdicas en las clases de Matemáticas y, en especial, a la resolución de problemas geométricos, está muchas veces relacionada con el desconocimiento por parte de los y las docentes acerca de la manera correcta en que dichas técnicas deben aplicarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Lo anterior implica que cualquier docente que incorpora las técnicas lúdicas debe tener claridad sobre:

- Los tipos y opciones de técnicas que existen para las diferentes áreas de la Matemática entre ellas, la geometría.
- Los objetivos que se persiguen con la aplicación de una técnica lúdica.
- Los pasos específicos que deben darse para que el procedimiento de la técnica quede claro para los alumnos y alumnas. Muchas veces, una buena técnica mal aplicada, provoca resultados indeseados y poco motivadores para docentes y estudiantes.

Generalmente los y las docentes se resisten a aplicar técnicas lúdicas porque consideran que al hacerlo, el desarrollo de los contenidos tomaría más tiempo del previsto y dado que, los programas de estudio del tercer ciclo de educación básica, presentan una saturación de contenidos en la asignatura de Matemática (y dentro de ella, aproximadamente un 25% corresponde a los de geometría), el

---

<sup>34</sup> Ministerio de Educación de la Republica Argentina. *La Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica* [en línea]. Portal Educativo del Estado Argentino, EDUC.AR. Argentina, pp. 3. Recuperado el 26 de abril de 2010 de [http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la\\_didactica\\_de\\_la\\_matematica.php?page=4](http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la_didactica_de_la_matematica.php?page=4)

argumento de los y las docentes es, hasta cierto punto, válido. Sin embargo, aun dentro de la exigencia institucional de completar el desarrollo de los programas de estudio, los y las docentes podrían incorporar en algunos de los contenidos, elementos lúdicos que les permitan reflexionar acerca de los aprendizajes y las ventajas que lo lúdico aporta sobre la metodología tradicional.

Autores como Fernando Corbalán destacan la importancia de los juegos en la enseñanza de la Matemática de la siguiente manera:

Creemos que un buen detonante pueden ser los juegos, en cuanto que disparen la curiosidad hacia los procedimientos y métodos de las Matemáticas, y que posibiliten la realización de procesos matemáticos casi sin darse cuenta, que les pongan en disposición de continuar su trabajo matemático en el futuro por otros métodos<sup>35</sup>

Las razones expuestas anteriormente sustentan el planteamiento de una investigación que se enmarque dentro de la pregunta: **¿De qué manera favorece la aplicación de técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas geométricos?**

---

<sup>35</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 22.

## 1.5 Alcances y limitaciones

Con base en la revisión de una parte de las numerosas investigaciones y experiencias relacionadas con el objeto de estudio del presente trabajo (aplicación de técnicas lúdicas y su aporte a la resolución de problemas geométricos) pueden establecerse algunos logros y posibles inconvenientes de orden teórico que serán los insumos de partida para que la presente investigación pueda realizarse.

Sobre la aplicación de técnicas lúdicas, en los antecedentes de este trabajo se menciona el aporte de una institución educativa de Colombia, la cual realizó un proyecto enfocado a la aplicación de la técnica de la papiroflexia para la enseñanza de la geometría con alumnos y alumnas de educación básica. Dicha experiencia fue sistematizada y la institución destaca los siguientes logros en la formación de los alumnos y alumnas<sup>36</sup>:

- Han mostrado mayor interés y gusto para trabajar en el área.
- Manejan con propiedad los conceptos básicos de geometría (punto, línea, paralelas, perpendiculares, intersecantes).
- Construyen polígonos con habilidad y destreza y logran identificar claramente sus propiedades.
- Identifican transformaciones geométricas y las líneas notables de los triángulos.
- Aplican el teorema de Pitágoras de manera adecuada.
- Desarrollo de mayor fluidez en su parte oral (integración y comunicación).

La experiencia anterior es muy rica en cuanto a la aplicación concreta en un centro educativo, sin embargo parece ser que no se profundizó en los aportes que la técnica de la papiroflexia puede dar al desarrollo de una de las habilidades relacionadas con la enseñanza de la geometría, la resolución de problemas. Sobre

---

<sup>36</sup> Villanueva de Moya, M. *La Papiroflexia como Recurso Didáctico en La Enseñanza de la Geometría*. Institución Educativa María Auxiliadora de Galapa, Colombia, 2009, pp. 7.

dicha habilidad Hoffer, citado por Aliendro, plantea que está relacionada con las siguientes actividades<sup>37</sup>:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- Anticipar estrategias posibles de solución antes de ejecutarlas.
- Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.

La colección española Síntesis en uno de sus volúmenes dedicados a la enseñanza de la geometría, hace una completa propuesta sobre la geometría lúdica y presenta juegos relacionados con la geometría plana y la geometría espacial. Sobre los juegos planos y espaciales afirman:

Algunos juegos planos tienen una estructura que les hace adecuados para trabajar conceptos y relaciones matemáticas aunque no han sido diseñados por (para) ello. Tangrams y poliminos ofrecen gran variedad de situaciones a investigar...Otros juegos planos que existen en los comercios especializados son útiles herramientas lúdicas para ir interiorizando las posibilidades de orientación en un plano y la distribución de regiones, así como relaciones geométricas tales como amplitud y superficies.

Hay una cantidad enorme de juegos espaciales que se basan en propiedades estrictamente geométricas. Los rompecabezas tridimensionales, son ejemplos paradigmáticos. Jugar con dichos elementos puede contribuir a una mejor vivencia lúdica y conceptual del espacio...Estas ideas se ven implementadas en el modelo de propuesta didáctica "rompecabezas

---

<sup>37</sup> Hoffer, citado por Aliendro, E y Astorga, A. *Retorno de la geometría*. Unión Matemática Argentina UMA, Argentina, 2005, pp.3-7.

regular"...Su objetivo general va encaminado a favorecer la percepción, visualización e intuición de ciertas estructuras del espacio. El objetivo específico se centra en visualizar las relaciones cualitativas y cuantitativas que existen entre los cinco poliedros regulares<sup>38</sup>. (Tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro)

La propuesta de juegos planos de la editorial Síntesis presenta un apartado (interés didáctico) sobre los contenidos de orden conceptual y procedimental relacionados con cada una de las técnicas propuestas.

Dicha propuesta es muy concreta y presenta grandes posibilidades prácticas para su aplicación en el aula. Sin embargo, no toma en cuenta un elemento que es de especial preocupación para los y las docentes, el tiempo que se utilizaría para la aplicación de dichas propuestas. Es muy probable que si un contenido es desarrollado utilizando una técnica lúdica el tiempo necesario para su desarrollo, sea mayor que el que se necesitaría si se utilizara un método expositivo, tradicional. Por tanto, una propuesta de orden didáctico que implique la utilización de técnicas como las lúdicas, debería contener un apartado dedicado al tiempo aproximado para su implementación en el aula.

Por otro lado, los recursos materiales descritos en algunas de las propuestas de la editorial Síntesis son, en el caso de los centros escolares públicos, difíciles de obtener, ya que no siempre es posible tomarlos del entorno inmediato. Esto es una limitante de orden práctico que presenta dicha propuesta.

Fernando Corbalán presenta en su libro *Juegos Matemáticos*, un apartado dedicado a los juegos y la resolución de problemas. En él plantea<sup>39</sup>:

---

<sup>38</sup> Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis, España, 1991, pp. 145, 146, 148.

<sup>39</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 57.

...El núcleo fundamental de las Matemáticas lo constituye la resolución de problemas. Como señala Santaló (1985), gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, “Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemática no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas”

Fernando Corbalán expone que para que la introducción de técnicas lúdicas en la clase, sea provechosa deben cumplirse condiciones como las siguientes:<sup>40</sup>

- No se deben esperar resultados mágicos.
- Hay que utilizarlos de manera sistemática y planificada.
- La utilización del juego debe considerarse como un derecho del alumnado, no como una concesión del profesorado.

A manera de conclusión en su libro, F. Corbalán establece dos consideraciones importantes<sup>41</sup>:

El contexto en que se sitúen los problemas (situaciones familiares o desconocidas para el alumno, presentación que se les da, interés que susciten, etc) que por parte de los profesores se tiende a considerar como irrelevante o, al menos, como poco significativo, tiene una gran importancia tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los mismos, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los alumnos...(y)...La única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy bueno conocer técnicas y procedimientos pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío. Luego hay que hacer cuantos esfuerzos sean precisos (por parte del y la docente) para que la resolución de problemas sea el núcleo central de la enseñanza matemática.

---

<sup>40</sup> Ibídem. pp. 39-40.

<sup>41</sup> Ibídem. pp. 63, 64.

La propuesta del autor español es contundente al establecer que la implementación de las técnicas lúdicas debe ser sistemática y ser parte de la programación habitual. Sin embargo en contextos como el salvadoreño esa condición se convierte en una limitante ya que por las características descritas del currículo salvadoreño en los antecedentes del problema, la aplicación de técnicas lúdicas podría incrementar el tiempo necesario para el desarrollo de los contenidos. Esto presenta entonces una disyuntiva entre la concreción en la práctica del enfoque de resolución de problemas que plantea el currículo nacional y la exigencia institucional para los y las docentes de completar el desarrollo de los programas de estudio.

El Instituto Nacional para la Evaluación de la educación (INEE) de México presenta en su libro “La enseñanza de la geometría” una propuesta específica: la organización del “Aula Taller de Geometría” entre sus conclusiones principales establece que la enseñanza de la geometría debe<sup>42</sup>:

- Estar basada en la resolución de problemas.
- Ser dinámica más que estática, propiciando que las actividades tiendan a enriquecer los conceptos y las imágenes conceptuales de los objetos geométricos que estudian.
- No limitarse al modelo de enseñanza en el que el maestro explica y los alumnos atienden a las explicaciones; se trata de que continuamente se enfrente a los alumnos a tareas que les brinden la oportunidad de construir conceptos, investigar relaciones y explicarlas, probarlas y, de ser posible, demostrarlas.
- Considerar los diferentes tipos de tareas que pueden trabajarse con los alumnos: de conceptualización, investigación y demostración.

---

<sup>42</sup> López, O. y García, S. *La Enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, México, 2008, pp. 93, 94.

- Tender a desarrollar en los alumnos diferentes habilidades: visualización, de dibujo, de comunicación, de razonamiento y de aplicación.
- Atender a los niveles de razonamiento geométrico en los que se encuentran los alumnos y tenga como propósito hacerlos avanzar por estos niveles.
- Tener presente que lo más importante son los alumnos y fomentar en ellos una actitud positiva hacia la Geometría en particular y hacia el conocimiento en general.

La propuesta del INEE es muy rigurosa y está fundamentada en diversos estudios. Sin embargo no presenta de manera explícita el enfoque en la resolución de problemas como método didáctico para la enseñanza de la geometría que otros autores como Hoffer<sup>43</sup> y Antonio García Destacan<sup>44</sup>.

George Polya presenta en su obra “Como Plantear y Resolver Problemas” una propuesta que ya se ha vuelto clásica. Las cuatro fases que dicho autor plantea y profundiza (comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan, examinar la solución obtenida) han sido y continúan siendo referencia para muchos docentes e investigadores.

El punto central de la obra de Polya es la concepción de una propuesta didáctica para la resolución de problemas, el autor afirma<sup>45</sup>:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo.

---

<sup>43</sup> Hoffer, citado por Aliandro, E y Astorga, A. *Retorno de la geometría*. Unión Matemática Argentina UMA, Argentina, 2005, pp.3-7.

<sup>44</sup> García, A. *La Didáctica de las Matemáticas: Una Visión General* [en línea]. Red Telemática Educativa Europea. España, pp. 8. Recuperado el 19 de abril de 2010 de <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>

<sup>45</sup> Polya, G. *Como Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas, México, 1989, pp. 5.

Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter.

Un aspecto que vale la pena destacar de la obra de Polya es la propuesta didáctica que hace en la segunda parte de su libro (Como resolver un problema: un diálogo<sup>46</sup>), en ella presenta a través de una “charla” entre el maestro y el alumno, una serie de preguntas didácticas que orientan la aplicación de su propuesta para la resolución de problemas.

A pesar del gran valor teórico del aporte de Polya, la obra del autor no incluye referencia alguna a las técnicas para la implementación de su propuesta. En especial, no hay referencia a las técnicas lúdicas y sus posibilidades de aportar a la resolución de problemas.

Finalmente, para el abordaje investigativo del objeto de estudio (aplicación de las técnicas lúdicas para la comprensión y resolución de problemas geométricos), el presente trabajo está enmarcado en los siguientes límites:

- Estudio del aporte de las técnicas lúdicas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de dos temas específicos de la asignatura de Matemática: semejanza de triángulos y área de triángulos.
- Identificación del aporte de las técnicas lúdicas al desarrollo de una de las habilidades relacionadas con el aprendizaje de la geometría: la resolución de problemas.
- La investigación se realizará con un grupo específico de alumnos y alumnas cuyas edades oscilan entre los 13 y 14 años, de una sección del octavo grado y un centro escolar público de San Salvador (Centro Escolar Prof. Emilio Urrutia López).

---

<sup>46</sup> Ibídem, pp. 49-53

- Los aportes que las técnicas lúdicas puedan presentar para la resolución de problemas no siempre podrán ser visibles a corto plazo; algunos de dichos aportes permanecerán latentes para el momento en que otras estructuras cognitivas se desarrollen.

Todo lo anterior no es sino, prueba de los esfuerzos de orden práctico y teórico que desde hace años se están realizando para superar las dificultades que estudiantes y docentes enfrentan para el aprendizaje de la Matemática y específicamente de la geometría y sobre todo, para transformar los viejos prejuicios que tiene la humanidad sobre el quehacer matemático. Una aseveración de Puig Adam expresa de mejor manera lo anterior:

La Matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces.<sup>47</sup>

---

<sup>47</sup> Puig, A. Citado por Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 7.

## 1.6 Recuento de conceptos y categorías a utilizar

Para el abordaje teórico del objeto de estudio de la presente investigación, se vuelve necesaria la clarificación conceptual de algunos términos que forman parte del léxico de quienes de una u otra forma, están involucrados en el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Dichas definiciones serán las utilizadas por el equipo autor del presente trabajo para el tratamiento y análisis del objeto de estudio de la investigación.

El presente estudio tiene como principales categorías de estudio las siguientes:

1. **Aplicación de técnicas lúdicas**
2. **Comprensión y resolución de problemas geométricos**

A partir de esas categorías, se vuelve necesaria la clarificación de las definiciones conceptuales que serán utilizadas en el desarrollo del trabajo investigativo

En educación, el **método** es concebido como un procedimiento general basado en principios lógicos, que puede ser común a varias ciencias así, el método deductivo se usa tanto en Lógica como en Matemática o en Física teórica.<sup>48</sup>

Un **método didáctico** es un conjunto de procedimientos lógicos (pasos justificados) y psicológicamente (responde a las peculiaridades de aprendizaje) estructurados de los que se vale el y la docente para orientar el aprendizaje de los alumnos y las alumnas a fin de que éstos desarrollen conocimientos, adquieran técnicas o asuman actitudes e ideas.<sup>49</sup>

La **técnica** es concebida en los ambientes educativos como un medio específico usado en una ciencia determinada o en un aspecto particular de la misma así, una

---

<sup>48</sup> Asti Vera, A. *Metodología de la investigación*. Editorial Kapelusz, Argentina, 1968, pp.16

<sup>49</sup> *Ibídem*.

**técnica didáctica** es un procedimiento lógico y psicológicamente estructurado destinado a dirigir el aprendizaje de los alumnos y las alumnas, pero en un sector limitado o en una fase de estudio de un tema, como la presentación, la elaboración, la síntesis o la crítica del mismo. La técnica didáctica es entonces un recurso particular del que se vale un o una docente para llevar a efectos los propósitos del método.<sup>50</sup>

Una forma sintética de entender método y técnica es concebir el método como una guía sobre cómo hacer algo, el método indica el camino y la técnica cómo recorrerlo.<sup>51</sup>

Un tipo específico de técnicas son las **técnicas lúdicas**, las cuales pueden definirse como procedimientos didácticos que están orientados al logro de objetivos de aprendizaje a través de actividades relacionadas con el juego. No se trata de juegos arbitrarios o “dinámicas de animación”, sino de actividades didácticas que incorporan elementos de diversión, competencia, trabajo en equipo que motivan y permiten un aprendizaje eficaz por cuanto también se “aprende jugando”.

Los procedimientos didácticos anteriormente definidos son orientados al desarrollo de **habilidades cognitivas** las cuales en general, son entendidas como operaciones y procedimientos que puede usar el estudiante para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimientos y ejecución; suponen del estudiante **capacidades (cognitivas)** de representación (lectura, imágenes, habla, escritura y dibujo), capacidades de selección (atención e intención) y capacidades de auto-dirección (auto-programación y auto-control).<sup>52</sup>

---

<sup>50</sup> Nérci, Imideo G. *Metodología de la enseñanza*. Editorial Kapelusz, Argentina, 1982, pp. 37

<sup>51</sup> Nérci, Imideo G. *Hacia una Didáctica General Dinámica*. Editorial Kapelusz, Argentina, 1985, pp. 363

<sup>52</sup> Rigney, citado por Clavero, F. *Habilidades cognitivas*. [en línea]. Universidad Autónoma de Yucatán, México. de pp. 1. Recuperado el 4 de mayo de [http://www.cgems.uady.mx/profordems/Unidad3material/Hab\\_cognitivas\\_calavero.rtf](http://www.cgems.uady.mx/profordems/Unidad3material/Hab_cognitivas_calavero.rtf)

En el caso de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, las **habilidades cognitivas matemáticas** son definidas como la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos<sup>53</sup>.

Un área de la Matemática que en el presente estudio será abordada, es la Geometría. Los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría implican a su vez el desarrollo de **habilidades cognitivas geométricas**, como las siguientes<sup>54</sup>:

- Habilidades visuales.
- Habilidades de dibujo y construcción.
- Habilidades de comunicación.
- Habilidades de pensamiento.
- Habilidades relacionadas con la resolución de problemas

Dentro de las diferentes habilidades geométricas enumeradas anteriormente, el presente trabajo hará especial énfasis en las relacionadas con la resolución de problemas. Un **problema matemático** se define como una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá con certeza, a la solución, es una situación que supone una meta para ser alcanzada. Existen obstáculos para lograr ese objetivo, se requiere deliberación, y se parte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptada como problema por alguien, antes de que pueda adoptar tal denominación<sup>55</sup>

---

<sup>53</sup> Hernández T y García B. *El Proceso de Formación de Habilidades Matemáticas*. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas. UCLV, Cuba, pp. 2.

<sup>54</sup> Hoffer, citado por Aliandro, E y Astorga, A. *Retorno de la geometría*. Unión Matemática Argentina UMA, Argentina, 2005, pp.3-7.

<sup>55</sup> Leiva, Y. *Estrategia para estimular el proceso de formulación de problemas geométricos en la Secundaria Básica*, [en línea]. Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero, Cuba, 2009, pp. 10-11.

El objetivo último de la actividad educativa es el desarrollo de competencias. La noción de **competencia** implica la habilidad para hacer algo, o la capacidad para llevar a cabo una tarea. Esta capacidad se integra por habilidades, aptitudes y valores, que permiten justamente la realización de la labor específica a la cual se hace referencia. La competencia vincula las aptitudes de una persona con el desempeño satisfactorio que corresponden a una o varias áreas del saber y del ser.<sup>56</sup> Lo anterior implica además que para dar respuesta a los problemas de la vida es necesaria una intención, es decir una disposición personal para resolver una situación.

---

<sup>56</sup> Segura, M. *La Evaluación del Aprendizaje Basada en el Desempeño por Competencias*. [Digital]. Revista electrónica Actualidades Investigativas en Educación. Instituto de Investigación en Educación, Universidad de Costa Rica, 2009, pp. 9.

## CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

### 2.1 Fundamentación teórico metodológica

#### 2.1.1 *Las Habilidades Matemáticas*

La enseñanza de la matemática procura el desarrollo de habilidades matemáticas, las cuales pueden ser definidas de la siguiente manera:

La habilidad matemática es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos.<sup>57</sup>

Este concepto indica, que no es suficiente pensar en la preparación del alumno para multiplicar fracciones, demostrar un teorema o resolver una ecuación, también atiende a sus posibilidades para explicar el modo de actuar, proyectar el método o procedimiento a emplear, estimar las características del resultado que le permita comparar el objetivo con lo logrado y poder escribirlo en el lenguaje apropiado, en las diferentes formas de representación.

Un indicador del desarrollo de una habilidad según Hernández y García, es el hecho de que el sujeto sea capaz de integrarla con otras en la determinación de vías de solución, cuando deja de ser un eslabón aislado para ubicarla en un contexto, ya que en esas condiciones sólo alcanza potencialidades muy limitadas que no permiten enfrentar una diversidad de situaciones en un contexto dado.

---

<sup>57</sup> Hernández T y García B. (2010,5 de marzo). El *Proceso de Formación de Habilidades Matemáticas* [en línea] pp.2. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas. UCLV, Cuba. Recuperado el 17 de mayo de 2010, de <http://www.monografias.com/trabajos81/proceso-formacion-habilidades-matematicas/proceso-formacion-habilidades-matematicas.shtml>

Los autores anteriormente citados clasifican las habilidades matemáticas atendiendo dos criterios:

- El objeto de la actividad matemática
- Niveles de sistematicidad de la actividad matemática

### ***a. Habilidades matemáticas atendiendo al objeto de la actividad matemática***<sup>58</sup>

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática la actividad del alumno comprende, como premisas principales: la elaboración de conceptos, teoremas y sus demostraciones, procedimientos y la resolución de ejercicios; que constituyen, el objeto del sistema de conocimientos y habilidades del contenido de la asignatura en la escuela.

El contenido de las acciones y operaciones que se ejecutan en la actividad matemática comprenden aquellos recursos de los que debe disponer el alumno así como las estrategias y métodos que le permitan desplegar ese modo de actuar.

El estudio de las acciones y operaciones que se ejecutan en cualquier actividad matemática, especialmente su contenido descrito en los componentes señalados, permiten caracterizar y distinguir las habilidades matemáticas siguientes:

- Habilidades matemáticas referidas a la elaboración y utilización de conceptos y propiedades.
- Habilidades matemáticas referidas a la elaboración y utilización de procedimientos algorítmicos.

---

<sup>58</sup> *Ibíd*em, pp. 2

- Habilidades matemáticas referidas a la utilización de procedimientos heurísticos.
- Habilidades matemáticas referidas al análisis y solución de situaciones problemáticas de carácter intra y extramatemáticos.

Las habilidades matemáticas así caracterizadas ofrecen un corte horizontal del modo de actuar esperado del alumno en un tema o sistema de clases dado, es decir, permite destacar los componentes principales del modo de actuar en función del contenido matemático, lo que el alumno y la alumna deben saber hacer con los conceptos, propiedades, procedimientos y situaciones - problemas.

***b. Habilidades matemáticas atendiendo a los niveles de sistematicidad de la actividad matemática***<sup>59</sup>

De la caracterización de la actividad matemática y su estructura (actividad - acción - operación; modo de actuar - método - procedimiento) y atendiendo a los tres niveles de sistematicidad (general, particular y singular) se ha podido diseñar un sistema de habilidades matemáticas en el que se definen las habilidades que se corresponden con cada nivel, tomando como referencia el papel de la resolución de problemas en la orientación y ejecución de dicha actividad.

<b>Niveles de sistematicidad</b>	<b>Habilidades matemáticas</b>
<b>Singular</b>	Habilidades matemáticas elementales
<b>Particular</b>	Habilidades matemáticas básicas
<b>General</b>	Habilidad para resolver problemas matemáticos

---

<sup>59</sup> *Ibíd*em, pp. 3-4

Las habilidades matemáticas elementales son las construcciones de procedimientos específicos derivados directamente del modo de operar con los conceptos, teoremas o procedimientos que al establecer las conexiones entre ellos conforman métodos de solución, constituyen la base de las habilidades matemáticas básicas.

En ellas se encuentran las operaciones de cálculo, por ejemplo, que llegan a alcanzar un alto grado de sistematización en los alumnos de la escuela media. Esta habilidad refleja las condiciones concretas, particulares, que son necesarias en las habilidades referidas a la elaboración o utilización de los conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que debe desarrollar el alumno.

Se destacan también como habilidades de carácter elemental el reconocimiento de propiedades de figuras geométricas, realizar construcciones geométricas fundamentales, etc., que se ejecutan en el contexto de las habilidades matemáticas básicas que se forman durante toda la formación geométrica del alumno.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas elementales son:

- Tienen un carácter específico con relación al modo de actuar dado en la habilidad general;
- Se determina de la acción a realizar directamente con conceptos, teoremas y procedimientos;
- Indican condiciones (previas o no) necesarias para desarrollar la habilidad matemática básica.

Las habilidades matemáticas básicas son las construcciones que hace el alumno de métodos de solución o análisis, de un problema matemático, constituyen objetivos parciales en la preparación de los alumnos para resolver determinados problemas. En ellas se pueden concretar métodos de solución para uno o varios tipos de problemas.

El contenido de esta habilidad matemática refleja la exigencia en cuanto a la sistematización de las habilidades referidas a la elaboración o utilización de conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que posibilitan el desarrollo de la habilidad general porque brindan métodos de solución para el o los problemas que al alumno se plantean.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas básicas son:

- Responden a un eslabón o nivel de desarrollo parcial de la habilidad general.
- Indican el nivel de aplicación exigido a conceptos, relaciones y procedimientos que se sistematizan en un método de solución;
- Delimitan la acción a ejecutar (demostrar, calcular, construir, explicar, fundamentar, etc.);
- No tienen un carácter específico al ser aplicable en una diversidad de situaciones;
- Expresan el nivel de profundidad con que se deben elaborar y utilizar los conceptos, teoremas y procedimientos que se sistematizan en el método de solución.

Ejemplos de habilidades matemáticas básicas, en relación con la habilidad general señalada son: demostrar igualdad de figuras, construir triángulos y cuadriláteros, calcular áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros, etc.

La habilidad para resolver problemas matemáticos es la construcción, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas utilizando los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos, y las estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución.

La habilidad para resolver problemas matemáticos, en especial, no se puede formar a partir de la ejemplificación o repetición de acciones ya elaboradas previamente sin atender a cómo se han asimilado y el nivel de significación que éstas tienen para los alumnos atendiendo a sus experiencias, su disposición hacia la actividad; de ahí la necesidad de enfocar como parte de la formación de esta habilidad la etapa en que transcurre la estructuración del sistema de conocimientos (conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos) a partir de situaciones - problemas.

El planteamiento de problemas se concibe como un medio para estimular en el alumno la interpretación de una determinada, situación analizar las condiciones que se dan para luego discernir las vías de solución, partiendo de los conceptos, teoremas y procedimientos que son los instrumentos de que dispone y los modos de sistematizarlos en función de un objetivo (estrategias) según la interpretación realizada.

Esta habilidad, en su carácter general, sistematiza también las habilidades docentes, lógicas o intelectuales; que guían el proceso de búsqueda y planteamiento de solución. Así se destacan habilidades como identificar, observar, describir, modelar, calcular, fundamentar, valorar, etc., que están presentes en la comprensión y búsqueda de vías de solución, en su descripción y finalmente en la valoración de los resultados.

Otra manera de concebir el desarrollo de las habilidades matemáticas es en relación a la finalidad de la práctica docente: estimular la formación del pensamiento en lo reflexivo, crítico y creativo para desarrollar así los procesos de auto-aprendizaje.

### ***c. Habilidades matemáticas atendiendo a la finalidad de la práctica docente***

Para el logro de estos fines, Santiago Barderas establece la siguiente clasificación de las habilidades matemáticas.<sup>60</sup>

- I. La flexibilidad del pensamiento.** Consiste en la posibilidad de resolver un problema de diversas formas, haciendo uso de estrategias varias. El desarrollo de esta habilidad permite lograr claridad, simplicidad, economía de esfuerzo y racionalidad en la resolución de problemas.
  
- II. La reversibilidad del pensamiento.** El desarrollo de esta habilidad involucra varias ideas pedagógicas:
  - Que el alumno y la alumna aprenda a resolver problemas y que pueda plantearlos.
  - Que el alumno y la alumna sepa establecer secuencias de orden progresivo y de orden regresivo en planteamientos problemáticos.
  - Que el alumno y la alumna aprenda a reconstruir procesos mentales en forma directa y en forma inversa.

Se desarrolla en el alumno y alumna la habilidad de llegar del enunciado de un problema específico al resultado pedido, y, ya conocido éste y algún dato del enunciado directo del problema, construir enunciados

---

<sup>60</sup> Barderas, S. *Didáctica de la Matemática*. Editorial La Muralla, Madrid, 2000, pp.29-37

problemáticos que lleven a obtener un resultado que en el enunciado original era un dato.

**III. La memoria generalizada.** El desarrollo de esta habilidad comprende cuatro ideas formales:

- Buscar generalizar propiedades de los objetos matemáticos (puntos, líneas, etc.)
- Determinar cuándo se dan relaciones matemáticas y cuando se dan operaciones matemáticas.
- Conseguir formas simplificadas, resumidas y abreviadas del razonamiento matemático.
- Determinar la estructura de un problema y ver si responde a una estructura formal al variar la condición de los datos iniciales.

**IV. La clasificación completa.** Se domina esta habilidad cuando es posible dar ejemplos y contraejemplos referentes a un objeto definido; cuando puede distinguirse si un objeto pertenece a cierta clasificación dada; cuando es posible ver si el uso que se da a un objeto matemático puede asignársele a otro objeto y obtener el mismo comportamiento.

**V. La imaginación espacial.** Consiste en buscar formas diferentes de expresar en forma geométrica la resolución de un problema.

#### ***d. Las habilidades matemáticas relacionadas con la geometría***

Existe una clasificación de las habilidades matemáticas en relación con la enseñanza de la geometría. Alan Hoffer<sup>61</sup>, propuso en 1981 las siguientes habilidades geométricas y actividades para desarrollarlas.

---

<sup>61</sup>Hoffer, citado por Berlanda, O., *Geometría: La Matemática del Espacio*, [en línea]. pp. 8 – 12. Recuperado el 13 de febrero de 2010 de

**a. Habilidades visuales.** Incluyen las habilidades para: reconocer distintas figuras planas en el espacio; reconocer las partes de una figura dada y sus interrelaciones; identificar centros, ejes y planos de simetría de una figura dada; clasificar figuras por sus características observables visuales; y visualizar las representaciones geométricas (modelos) o contra-ejemplos involucrados en los datos de un sistema matemático dado.

Propuestas de actividades para el desarrollo de habilidades visuales:

- **Coordinación visomotora**

- Unir puntos en un orden dado o anticipando un dibujo.
- Completar un trazado sin levantar el lápiz y sin pasar dos veces por el mismo lugar.
- Cruzar la calle atendiendo al semáforo.
- Reproducir una figura u objeto con la mano o con el mouse de la computadora.

- **Percepción figura-fondo**

- Descubrir figuras dentro de una figura compuesta o entre figuras sobrepuestas.
- Descubrir intersecciones entre figuras.
- Completar figuras.
- Invertir figura-fondo en un dibujo dado.
- Distinguir semejanzas y diferencias entre objetos dados.

- **Constancia perceptual o constancia de forma, tamaño y posición**

- Modificar posiciones de figuras o sólidos y analizar la invariabilidad de su tamaño y de su forma.

---

[http://www.google.com.sv/search?hl=es&q=geometr%C3%ADa%3A+la+matemática+del+espacio%2C+Berlanda&btnG=Buscar&aq=f&aqi=&aql=&oq=&gs\\_rfai=](http://www.google.com.sv/search?hl=es&q=geometr%C3%ADa%3A+la+matemática+del+espacio%2C+Berlanda&btnG=Buscar&aq=f&aqi=&aql=&oq=&gs_rfai=)

- Anticipar y comparar tamaños de tres o más figuras o sólidos desde distintos puntos de vista.
- Identificar figuras en distintas posiciones.
  
- **Percepción de la posición en el espacio**
  - Invertir, desplazar y rotar figuras cambiando la posición de ciertos detalles.
  - Reconocer figuras congruentes en distintas posiciones.
  - Generar patrones a través del uso de espejos.
  - Dibujar imágenes de figuras por desplazamientos, rotaciones o simetrías.
  - Generar patrones a través del uso de espejos.
  
- **Percepción de relaciones espaciales entre objetos.**
  - Ensamblado de cubos según un patrón dado.
  - Encontrar el camino más corto entre dos puntos.
  - Completar una figura de acuerdo con un modelo presente.
  - Completar un patrón geométrico.
  - Copiar una figura dada en el papel punteado.
  - Combinar figuras o sólidos para obtener modelos dados.
  - Reproducir la posición de objetos en el espacio a partir de datos orales, escritos o gráficos.
  - Dada la sombra de un cuerpo identificar a qué sólidos puede pertenecer.
  - Predecir cuántas figuras (o sólidos) de una clase componen una figura determinada.
  
- **Discriminación visual**
  - Distinguir figuras o sólidos congruentes.
  - Descubrir las figuras diferentes dentro de un conjunto.
  - Descubrir errores en la reproducción de una figura dada.

- Completar rompecabezas.
- Realizar juegos de encajes.
- Reconocer un objeto dadas vistas del mismo.

- **Memoria visual**

- Reproducir figuras ausentes.
- Completar de memoria una figura mostrada durante breves instantes.
- Seleccionar figuras congruentes a una dada que no permanece a la vista.
- Ubicar sólidos o figuras según un modelo visto previamente.

**b. Habilidades para dibujar y construir.** Estas habilidades están ligadas a las de usos de representaciones externas. Las representaciones externas en matemáticas son una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción con los cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna relacionada con la matemática. En su aprendizaje de la geometría los alumnos deben desarrollar habilidades de dibujo y construcción relacionadas con la representación de figuras y cuerpos, la reproducción a partir de modelos dados y la construcción sobre la base de datos dados en forma oral; escrita o gráfica.

Incluyen las habilidades para: esbozar figuras dadas y asignar puntos específicos; esbozar figuras a partir de su descripción verbal; dibujar o construir figuras con propiedades dadas; construir figuras que tengan una relación específica con otras figuras; esbozar secciones planas e intersecciones de figuras dadas; agregar elementos auxiliares, útiles a una figura; reconocer el papel (y limitaciones) de los esquemas y figuras construidas; y esbozar o construir modelos geométricos o contra ejemplos.

Propuestas de actividades para el desarrollo de habilidades para dibujar y construir:

- **La representación**

- Plegar y cortar figuras.
- Determinar sombras.
- Confeccionar patrones convencionales de objetos geométricos.
- Tomar distintas vistas.
- Representar en perspectiva.

- **La reproducción**

- Modelar en masa un sólido similar a uno dado.
- Recortar una figura igual (más chica, más grande) que la que se presenta.

- **La construcción**

- Construir un sólido que cumpla, o no, determinadas propiedades utilizando, por ejemplo, las piezas del cubo SOMA.<sup>62</sup>
- Armar todas las figuras (o sólidos) posibles dado un conjunto de polígonos (o bloques).
- Construir una figura a mano alzada sobre la base de instrucciones escritas.

**c. Habilidades de comunicación.** Están referidas la competencia del alumno para leer, interpretar y comunicar con sentido, en forma oral y escrita, información (en este caso geométrica), usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada. Incluyen la habilidad para:

---

<sup>62</sup> El cubo SOMA es una colección de siete figuras tridimensionales formadas por tres o cuatro cubos, diseñados por P. Hein.

identificar distintas figuras por el nombre; visualizar figuras sobre la base de su descripción verbal; describir figuras dadas y sus propiedades; formular definiciones apropiadas de las palabras usadas; describir las relaciones entre las figuras dadas; reconocer la estructura lógica de problemas verbales; y formular enunciados de generalizaciones y de abstracciones.

Propuestas de actividades para el desarrollo de habilidades de comunicación:

- **Escuchar, localizar, leer e interpretar información geométrica presentada en diferentes formas.**
  - Seguir instrucciones escritas.
  - Seleccionar la respuesta más adecuada entre varias.
  - Completar oraciones.
  - Completar crucigramas y dominós con vocabulario y simbolismo geométrico.
  - Inventar símbolos y luego compararlos con los convencionales.
  - Atribuir significado a los símbolos convencionales.
  - Usar diccionarios y textos para comparar significados.
  
- **Dominar, definir y comunicar información geométrica en forma clara y ordenada, utilizando el lenguaje natural y el simbólico apropiados.**
  - Asociar palabras con definiciones o símbolos con significados.
  - Determinar equivalencias entre palabras, símbolos y definiciones.
  - Analizar distintas definiciones de un mismo concepto o elemento.
  - Describir objetos propiedades y relaciones.

- Explicar, oralmente o por escrito, en forma clara y concisa, un concepto o un razonamiento o un procedimiento.
- Describir, explicar y argumentar usando diferentes formas de razonamiento.

**d. Habilidades de pensamiento lógico.** Las habilidades lógicas están relacionadas con las habilidades de razonamiento analítico, es decir, las necesarias para desarrollar un argumento lógico. Habilidades lógicas a desarrollar son: abstraer conceptos y relaciones, generar y justificar conjeturas; y formular contra-ejemplos; reconocer diferencias y similitudes entre figuras dadas; reconocer que las figuras se pueden clasificar por sus propiedades; determinar si una figura dada pertenece, o no, a una clase determinada; comprender y aplicar las propiedades exigidas por las definiciones; identificar las consecuencias lógicas de datos dados; desarrollar demostraciones lógicas; y reconocer el papel y limitaciones de los métodos deductivos.

Propuestas de actividades para el desarrollo de habilidades de pensamiento lógico:

- **Lógicas**

- Abstraer conceptos y relaciones.
- Generar y justificar conjeturas.
- Formular contraejemplos.
- Seguir argumentos lógicos.
- Juzgar la validez de un razonamiento.
- Desarrollar esquemas deductivos elementales.

- **Creación**

- Crear, inventar, imaginar, intuir situaciones.
- Explorar y descubrir conceptos, regularidades y relaciones.

- Hacer preguntas sobre el por qué determinados objetos naturales o artificiales responden a determinadas formas geométricas.
- Extraer preguntas frente a un problema o situación dada.
- Hipotetizar posibilidades frente a una situación dada: ¿qué pasaría sí? (cambiando datos, preguntas, etc.), ¿qué haríamos sí? (presentar opciones distintas para la toma de decisiones), etc.
- Descubrir la ley de formación de un patrón dado.
- Extraer patrones geométricos de situaciones de la vida real.
- Crear un patrón geométrico sobre la base de una ley de formación inventada (usando formas, movimientos, relaciones espaciales, etc.)
- Generar clasificaciones con criterios geométricos de objetos no conocidos, en situaciones de dentro y fuera de la geometría.
- Establecer conexiones entre distintas formas de representar ideas geométricas.
- Seleccionar modelos geométricos que se ajusten a situaciones del mundo real.
- Utilizar puntos de vista alternativos para juzgar un razonamiento dado.
- Analizar situaciones límites en sólidos y figuras.

**e. Habilidades de resolución de problemas.** Implican la habilidad para: reconocer modelos físicos de figuras geométricas; esbozar o construir modelos geométricos de objetos físicos; usar propiedades de modelos geométricos para conjeturar propiedades de objetos físicos o conjuntos de objetos físicos; reconocer la utilidad que tienen los modelos geométricos para las situaciones y los objetos físicos; desarrollar modelos geométricos para fenómenos naturales,

conjuntos de elementos en las ciencias físicas y conjuntos de elementos en las ciencias sociales; y usar modelos geométricos en la resolución de problemas.

Propuestas de actividades para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas:

- **Sensibilización**

- Identificar formas y relaciones geométricas en el mundo real y artificial.
- Reconocer relaciones en y entre formas en el mundo real.
- Considerar estrategias similares de dibujo o construcción que se usan para lograr determinados resultados en distintos contextos (origami, tejido, hojalatería, cerámica, etc.)

- **Interrogación**

- Analizar las propiedades geométricas de las formas en relación con el objeto en donde se encuentran.
- Elaborar preguntas que lleven a la indagación de propiedades de los modelos y los conceptos geométricos en sí mismos.
- Cuestionar el uso de determinadas estrategias e instrumentos para logros específicos.

- **Representación, descripción y explicación de ideas o imágenes en términos geométricos**

- Representar fenómenos físicos con modelos geométricos, gráficos o concretos.
- Describir un concepto o propiedad geométrica en diferentes contextos y establecer relaciones entre ellos.

- Relacionar distintos conceptos o propiedades geométricas dentro de un mismo contexto usando diferentes lenguajes geométricos.
- **Análisis de representaciones**
  - Buscar ejemplos de conceptos o propiedades geométricas y justificar por qué se consideran tales.
  - Discutir la validez del modelo geométrico utilizando en función de las propiedades de la situación.
- **Resolución de situaciones problemáticas**
  - Identificar el problema en la situación planteada.
  - Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
  - Anticipar estrategias posibles de solución, antes de ejecutarlas.
  - Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
  - Identificar los recursos (tiempo, instrumentos, etc.) en orden a resolver un problema dado.
  - Evaluar la razonabilidad de los resultados y su significatividad en la situación problemática dada.
  - Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.
  - Advertir la limitación de los modelos empleados.
  - Utilizar los resultados de la reflexión para retomar el problema y generar nuevas preguntas.
  - Reconocer el valor del razonamiento y la prueba como partes esenciales de la matemática.

Para la realización del presente estudio cobra especial interés la clasificación de las habilidades geométricas realizada por Hoffer. Es hasta el momento la clasificación más completa e integral que se ha encontrado sobre dichas habilidades. Su importancia reside en la especificidad que logra al plantear actividades puntuales para cada sub-habilidad. En el caso de la habilidad geométrica vinculada a la resolución de problemas, uno de los componentes del objeto de estudio de la presente investigación, Hoffer plantea una subdivisión en: sensibilización, interrogación, representación, descripción y explicación de ideas, análisis de representaciones y la resolución de situaciones problemáticas propiamente dicha.

### **2.1.2 La resolución de problemas matemáticos**

Ortiz del Río en su libro *Didáctica de la Resolución de Problemas*<sup>63</sup>, plantea un tratamiento para el abordaje de la resolución de problemas matemáticos en el aula y las principales dificultades con las que se enfrentan los alumnos y alumnas a la hora de resolverlos. El autor también hace una serie de reflexiones acerca de los objetivos que deben plantearse a la hora de trabajar la resolución de problemas en la clase; en qué momento se aplicarán y cómo deberán ser planteados.

La resolución de problemas debe apuntar a la consecución de varios objetivos, y el más importante ciertamente no es el control de las técnicas operatorias, sino la capacidad para “aprender a buscar”, es decir para aprender a razonar.

Este concepto erróneo en la práctica de los problemas que consiste en acondicionar mecanismos reflejos sin que el pensamiento intervenga activamente, sin que haya una reflexión que obligue primero a comprender, explica los fracasos comprobados tan a menudo.

---

<sup>63</sup> Ortiz del R., L. *Didáctica de La Resolución de Problemas*. Editorial Desclee de Brouwer, S.A., Bilbao, 1987, pp.11,12,16,17

Todos los maestros saben de qué formas palabras-clave en el texto de un problema hacen que los alumnos respondan planteando automáticamente una determinada operación. Muchos alumnos asocian de tal forma ciertas palabras-clave con determinadas estructuras operatorias que ante un problema se equivocan lamentablemente...Además, del hecho de que el alumno resuelva correctamente la mayoría de los problemas de una batería, no se puede deducir que domine una estructura operatoria determinada, ni que esté ejercitando su razonamiento.

Del Río establece que las dificultades que un alumno o alumna encuentra a la hora de resolver problemas de matemáticas revisten múltiples aspectos como:

En primer lugar, para muchos alumnos la palabra “problema” está asociada indefectiblemente a la idea de números, de cantidades, y no a la idea de búsqueda... para muchos alumnos un problema es algo así como una adivinanza, un enigma. Si queremos eliminar esta primera dificultad, debemos preocuparnos de que todos los alumnos logren una buena intuición de lo que significa la palabra “problema.” Para ello podemos hacerles captar la diferencia que existe entre una historia que describe hechos sin más y un problema, que propone hallar algo nuevo partiendo de unos hechos o datos conocidos.

Según el autor, un segundo aspecto que vinculado con las dificultades que enfrentan los alumnos y alumnas para resolver problemas escolares, es que los problemas están escritos de forma densa y la mayoría de estudiantes presentan dificultades para interpretarlos, sobre lo anterior plantea que:<sup>64</sup>

La lectura y comprensión de un problema no es independiente de su resolución; es una parte esencial. De hecho una buena lectura y una buena “puesta en escena” facilitan y explicitan muchas veces un buen

---

<sup>64</sup> Ibídem, pp.19-20

procedimiento para su resolución. Mientras un alumno no capte a través de la lectura el sentido exacto del enunciado, será incapaz de representarse las acciones y situaciones descritas y por consiguiente de traducirlas a un lenguaje simbólico matemático.

El autor plantea que para ayudar a los alumnos y alumnas a superar las dificultades inherentes a la interpretación de los enunciados de los problemas, pueden adoptarse una serie de recursos didácticos, entre ellos:

- Ejercicios de lectura propiamente dichos
- Ejercicios de familiarización con las diversas formas de enunciar un mismo problema.
- Ejercicios orientados a la realización de dibujos o de esquemas a partir de enunciados de problemas.
- Ejercicios orientados a desnudar un problema, para redactar otros parecidos que presenten la misma situación pero de forma más abstracta o general.

Un tercer aspecto lo constituyen las condiciones pedagógicas que interfieren y obstaculizan un buen aprendizaje en la resolución de problemas, dichas condiciones son las siguientes:

- Deficiente selección de los problemas. Se proponen sobre todo problemas de aplicación directa de conocimientos aritméticos, relegando a un segundo plano los problemas que requieren un esfuerzo de búsqueda o de análisis.
- Se prima la cantidad sobre la calidad. Se clasifican y se trabajan los problemas por tipos, buscando adiestramiento a través de la realización de múltiples baterías de problemas similares.
- La resolución de problemas se pone al servicio del cálculo y no al revés.

- Se enfoca y se planifica a menudo la resolución de problemas como “tarea para casa y no como el fin principal de la actividad de clase”.
- Se adoptan en la corrección de los problemas, actitudes sancionadoras olvidando que el análisis de los errores cometidos es una fuente importante de aprendizaje.
- En la presentación de la solución se exigen aspectos formales absurdos y se descuida sin embargo el aspecto más importante y formativo: que el alumno se esfuerce por “redactar” correctamente, a su nivel, los diferentes pasos de su razonamiento.
- Y sobre todo, se provoca en los alumnos actitudes de sumisión, complejos absurdos de ineptitud frente a las matemáticas y reacciones negativas de miedo ante todo lo que significa análisis, búsqueda o razonamiento.

Es importante mencionar que, según el autor, existen otras variables más difíciles de controlar, como la capacidad y nivel de desarrollo intelectual de cada estudiante. Estas diferencias individuales se ven reflejadas en la habilidad que tenga cada estudiante para resolver problemas. Algunas de las causas de estas diferencias pueden ser:<sup>65</sup>

- Una instrucción deficiente o hábitos adquiridos a lo largo de la escolarización. En general, los alumnos con maestros que consciente o inconscientemente, subrayan en exceso la importancia de la ejercitación mecánica en clase, son particularmente propensos a adoptar posturas rígidas, poco creativas u originales. Su esfuerzo intelectual se centra en la identificación de los problemas por modelos y en la memorización de procedimientos. Los alumnos deben saber que los problemas propuestos pueden admitir diversas soluciones, con el fin de romper la rigidez y la rutina en los razonamientos, acostumbrándoles a analizar cuidadosamente cada uno de los problemas propuestos.

---

<sup>65</sup> *Ibíd*em, pp.20-24

- Las diferencias debidas a factores caracterológicos e intelectuales innatos. Muy a menudo analizamos las dificultades que tienen nuestros alumnos en matemáticas en función de un nivel escolar medio estandarizado y olvidamos que el acceso de cada alumno a las matemáticas se hace por caminos cuyo trazado depende de su personalidad y de su inteligencia. Por su experiencia sabemos los comportamientos tan variables que pueden adoptar nuestros alumnos ante un problema: unos abordan el problema traduciendo los datos a esquemas o dibujos, otros a relaciones; otros se ahogan en palabras y se pierden en razonamientos inconexos mientras que hay otros que tienen una “intuición” precisa de la solución; unos adoptan un conducta de búsqueda desordenada y fantástica, otros proceden de una forma más reposada y metódica.
- Junto a las variantes caracterológicas e intelectuales la causa fundamental que clasifica y discrimina a nuestros alumnos a la hora de resolver problemas es el diferente grado de maduración psicogenética que es muy variable a estas edades. El dominio de las “operaciones concretas” y el caminar hacia el “pensamiento formal” es algo progresivo, pero no lineal; existe en el desarrollo lógico e intelectual de nuestros alumnos “parones” y “acelerones”.

No debemos enfrentar a nuestros alumnos, a nivel individual, con problemas que requieran razonamientos lógicos inalcanzables para ellos. Las nociones o problemas no entendidos no tienen un valor neutro; hacen perder al niño la confianza en sí mismo y le sensibilizan contra futuros problemas parecidos: en general, provocan actitudes anti-matemáticas.

Finalmente el autor sintetiza sus reflexiones sobre las dificultades que tienen los alumnos y alumnas en la resolución de problemas, destacando cuáles son las características que diferencian a los alumnos que son buenos para resolver problemas de los que no lo son. Estas diferencias pueden agruparse en torno a tres aspectos:

- **Comprensión del problema**

Los alumnos que en general resuelven bien los problemas son también aquellos que son capaces de “memorizar” bien los datos más importantes del problema. No tienen dificultades para “contar” el problema y observamos que en efecto han retenido los puntos esenciales del enunciado.

- **Capacidad para aplicar los conocimientos ya adquiridos.**

El rasgo característico de los alumnos “buenos en problemas” es que vacilan, se preguntan que conocimientos pueden ayudarles, ensayan caminos y tratan de subdividir el problema en partes..., pero sobre todo, tienen confianza en ellos mismos y se muestran activos.

- **Actitud respecto de la solución de los problemas**

Unos empiezan ya a considerar los problemas como enunciados con condiciones que debe reorganizarse o estructurarse para poder responder a la pregunta o preguntas planteadas. Estos alumnos empiezan a ver en los datos de un problema aspectos organizados o funcionales que les van a permitir componer el rompecabezas, es decir hallar la solución.

Por lo anterior se hace necesario y fundamental que las y los docentes se planteen una serie de pasos a seguir antes de proponerles a sus alumnas y alumnos la resolución de problemas y no regirse a lo que está escrito en un libro de texto. Según el autor en cuestión, estos pasos son los siguientes:<sup>66</sup>

---

<sup>66</sup> *Ibíd*em, pp.24

- Establecer cuáles son los objetivos didácticos que asignamos a la resolución de problemas en el ciclo medio.
- Determinar qué tipos de problemas vamos a trabajar en clase y por consiguiente qué habilidades pretendemos desarrollar y evaluar en nuestros alumnos.
- Perfilar cuáles han de ser las líneas, actitudes y recursos metodológicos más apropiados para trabajar en clase esta capital cuestión del programa.
- Ofrecer a la consideración del profesorado, dentro de la practicidad que pretendemos dar a esta colección, un material compensado y progresivo de problemas, acorde con los objetivos que propugnamos.

Isabel Echenique Urdiain,<sup>67</sup> pone de manifiesto que los problemas matemáticos son actividades complejas que necesariamente deben de tener un tratamiento específico, que su enseñanza deberá llevar un proceso y tiempo asignado en la clase con un clima propicio que favorezca la adquisición de destrezas y hábitos. Además plantea una forma de cómo se debe afrontar la resolución de problemas por medio de cuatro fases (basado en el modelo de G. Polya).

La resolución de problemas requiere una actividad mental que se pone en funcionamiento desde el momento en que se nos presenta el enunciado y lo asumimos como un reto, hasta que damos por terminado el problema una vez hallada su solución. Todo este encadenamiento de situaciones, planteamientos y justificaciones que nos hacemos tienen lugar en silencio, normalmente no las expresamos, lo asumimos como algo personal e individual.

Si queremos que nuestros alumnos aprendan a resolver problemas, debemos dedicar tiempo a ejercer como modelos de buenos resolutores y

---

<sup>67</sup>Urdiain, I. *Matemáticas Resolución de Problemas*. Editorial. Fondo de publicaciones del Gobierno de Navarra. España, 2006, pp.26-27

explicitar los procesos de pensamiento que tienen lugar, para que tomen conciencia de ellos. La mayor parte de los aprendizajes los hacemos por imitación a través de la observación y la práctica, de una forma más o menos reiterada, de aquello que deseamos aprender. Por tanto, deberemos ofrecerles situaciones para que puedan ejercitarse en los procesos mentales que conlleva la resolución de problemas.

Es muy importante que cuando se trabajen en clase, los alumnos tengan una disposición abierta hacia los problemas, se tomen el trabajo con tranquilidad (las prisas nunca son buenas consejeras), abandonen de momento lápices, pinturas o cualquier otro objeto que les pueda servir para escribir, se concentren en la lectura del enunciado y se dispongan a intercambiar opiniones. Una vez conseguido el clima de trabajo, podremos empezar con la primera fase del modelo de resolución.

### **1ª fase. Comprensión del problema**

Implica entender tanto el texto como la situación que nos presenta el problema, diferenciar los distintos tipos de información que nos ofrece el enunciado y comprender qué debe hacerse con la información que nos es aportada, etc.

Podríamos considerar el texto de los enunciados matemáticos como una tipología particular en la que se expresa la situación a resolver pero no el modo de llevarla a cabo. Su descubrimiento forma parte del trabajo del resolutor, el cual debe decodificar el mensaje contenido en el enunciado y trasladarlo a un lenguaje matemático que le permita avanzar en el proceso de resolución. De aquí se deduce que las dificultades que pueden aparecer en la comprensión del enunciado de un problema son diferentes de las que surgen en la comprensión de un texto de otra índole.

## **2ª fase. Concepción de un plan**

Es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella. Es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder.

Es muy importante enunciar la planificación por escrito, de forma clara, simplificada y secuenciada. Servirá, además de para controlar el proceso de resolución por parte del alumno, para que el profesor conozca el pensamiento matemático desarrollado durante la ejecución de la tarea.

En esta fase puede ser útil el uso de esquemas que ayuden a clarificar la situación a resolver, así como el proceso a seguir. Del mismo modo puede ser práctico recordar si se han abordado con anterioridad problemas similares y qué metodología se siguió.

## **3ª fase. Ejecución del plan**

Consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación.

Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: *primero calculo...*, *después...*, *por último...* hasta llegar a la solución. Esta fase concluye con una expresión clara y contextualizada de la respuesta obtenida.

## **4ª fase. Visión retrospectiva**

Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y

este termina cuando el resolutor siente que ya no puede aprender más de esa situación. Desde este punto de vista, es conveniente realizar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso: contrastar el resultado obtenido para saber si efectivamente da una respuesta válida a la situación planteada; reflexionar sobre si se podía haber llegado a esa solución por otras vías, utilizando otros razonamientos, decir si durante el proceso se han producido bloqueos y cómo se ha logrado avanzar a partir de ellos. pensar si el camino que se ha seguido en la resolución podría hacerse extensible a otras situaciones.

Santiago Barderas<sup>68</sup> propone que la resolución de problemas debe ser la actividad central en el trabajo en el salón de clases y extra clase; problemas de lo cotidiano, reales, adecuados a su nivel de desarrollo intelectual, en los que el cómo resolverlo parta del maestro sino del propio alumno y aquel, cuando más, emplee su energía, ingenio y facultades a las orientaciones necesarias dirigidas a tal propósito, escuchando las hipótesis de los alumnos, dando ejemplos y contraejemplos, matizando las estrategias y aplicando varias, cuando sea posible.

Según Barderas, es obligado que el estudiante comprenda que la matemática es un arma y una herramienta útil para despejar muchas incógnitas diarias; para interpretar la realidad, para conocer la verdad y el engaño, la belleza y la fealdad, lo simple y lo complejo, lo definido y lo indefinido, lo real y lo imaginativo.

---

<sup>68</sup> Barderas, S. *Didáctica de La Matemática. El Libro de los Recursos*. Editorial La Muralla, S.A., España 2000, pp.42-54.

Los contenidos programáticos apelan al desarrollo de muchas habilidades y la adquisición de otras: fundamentalmente las referentes a los conceptos, a los procedimientos y a las actitudes; esto es, al qué hacer, cómo hacer y para qué hacer. Y para esto es necesario buscar el desarrollo de la creatividad en el alumno, dejando que las ideas novedosas afloren, los diversos caminos se discutan, apreciando los procesos más que los resultados e interpretando adecuadamente éstos.

En general, para resolver un problema se debe:

- a. Entender el enunciado.
- b. Determinar los datos y las incógnitas.
- c. Establecer si los datos son suficientes.
- d. Analizar el enunciado para ver si es un caso particular, límite, general o ambiguo.
- e. Redactar el problema en forma distinta.
- f. Reducir el problema a otro más sencillo, si ello es posible.
- g. Estudiar si se pueden dar ejemplos y contraejemplos.
- h. Elegir un código de referencia simbólico para entrelazar o vincular datos con incógnitas.
- i. Establecer un plan de resolución.
- j. Apoyarse en un boceto cuando ello sea posible.
- k. Analizar si se tienen los recursos matemáticos necesarios para resolverlo.
- l. Hacer una estimación del resultado al que se debe llegar.
- m. Hacer ensayos con los datos del problema.
- n. Establecer hipótesis.
- o. Usar del ensayo – error.
- p. Realizar los cálculos necesarios
- q. Analizar si el resultado tiene sentido para los datos proporcionados
- r. Comprobar el resultado
- s. Dar el resultado en forma completa

- t. Representar gráficamente el problema como su solución
- u. Ver si ese problema se puede aplicar en otros contextos

Los tres autores citados, presentan diferencias en sus planteamientos, los cuales tienen que ver con el enfoque desde el cual analizan la resolución de problemas. Isabel Echenique pone el énfasis en el modelaje por parte de los y las docentes como buenos resolutores y ubica a la resolución de problemas como una etapa durante el proceso de enseñanza-aprendizaje el cual ordena con las etapas planteadas por George Polya. Por su parte Ortiz del Río, hace un planteamiento más amplio sobre el abordaje de la resolución de problemas en el aula. Considera aspectos que pueden ser controlados por los y las docentes y aspectos que no pueden ser controlados; ahonda en las dificultades que enfrentan los alumnos y alumnas a la hora de enfrentarse a la resolución de problemas y caracteriza a los alumnos o alumnas que son buenos resolutores o resolutoras de problemas, sin embargo no propone un “método” para enseñar a resolver problemas. Santiago Barderas va más a fondo y propone que la resolución de problemas debe ser la actividad fundamental en el trabajo del aula, utilizándolo como medio para llegar a los conocimientos. Este último autor plantea por tanto, un cambio en el enfoque de la enseñanza-aprendizaje de la asignatura, presenta un enfoque basado en la resolución de problemas, sin embargo a la hora de plantear un “método” o una propuesta de pasos para la resolución de problemas Barderas menciona una extensa serie de pasos que se vuelve poco práctica a la hora de aplicarlos en los procesos de resolución de problemas.

### 2.1.3 Niveles y fases en el aprendizaje de la geometría

Los esposos Van Hiele<sup>69</sup> consideraron, que el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes, una descriptiva en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamados los "niveles de razonamiento", y, otra, instructiva que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de "fases de aprendizaje".

El matrimonio Van Hiele establece los siguientes niveles para el aprendizaje de la geometría:<sup>70</sup>

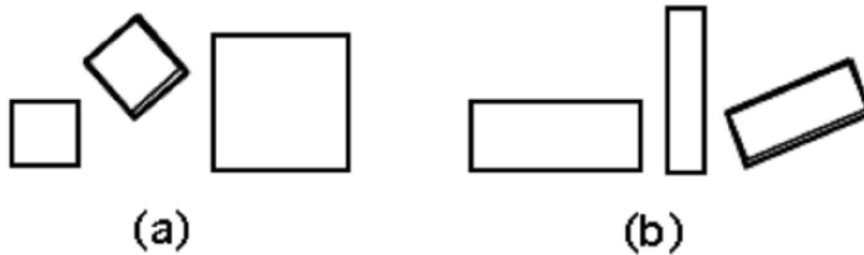
**Nivel Básico: Visualización.** En este estado inicial, los estudiantes tienen conciencia del espacio como algo que existe alrededor de ellos. Los conceptos geométricos se ven como entidades totales más que sus componentes o atributos. Las figuras geométricas, por ejemplo, se reconocen por su forma como un todo, esto es, por su apariencia física, no por sus partes o propiedades. Una persona que funcione en este nivel puede aprender vocabulario, puede identificar figuras específicas, y dada una figura, puede reproducirla. Por ejemplo dados los diagramas en la figura I, un estudiante podría ser capaz de reconocer que hay cuadrados en (a) y rectángulos en (b) porque son similares en su forma a cuadrados y rectángulos que ha visto antes. Más aún, dado un geoplano o un papel, los estudiantes podrían copiar la figura. Una persona en este estado, no obstante, puede que no reconozca que las figuras tienen ángulos rectos o que los lados opuestos son paralelos.

---

<sup>69</sup> Fouz, F y Donosti B. *Modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría*. [en línea]. Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, España, 2004, pp. 67-68. Recuperado el 9 de noviembre de 2009 de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/testuakonline/04-05/pg-04-05-fouz.pdf>

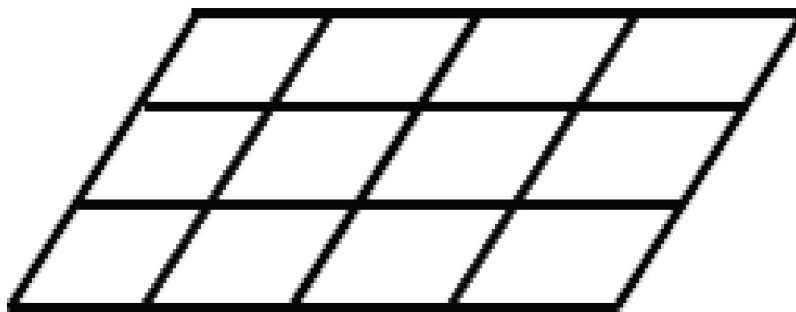
<sup>70</sup> *Los Niveles de Van Hiele*, [en línea] Recuperado el 10 de mayo de 2010 de <http://www.cepjerez.net/drupal/files/van-Hiele.pdf>, pp.1-2

**Fig. I**



**Nivel: Análisis.** Este nivel comienza un análisis de los conceptos geométricos. Por ejemplo, mediante la observación y la experimentación los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades emergentes se utilizan para conceptualizar clases de figuras. Se ven las partes de las figuras y se reconocen éstas. Dada una rejilla de paralelogramos como la de la figura II, los estudiantes podrían, "coloreando" los ángulos iguales, "establecer" que los ángulos opuestos de los paralelogramos son iguales. Después de utilizar ejemplos de este tipo, podrían hacer generalizaciones a la clase de los paralelogramos. No obstante, los estudiantes en este nivel todavía no pueden explicar las relaciones entre las propiedades, todavía no se ven las interrelaciones entre las figuras, y la definición no se comprende.

**Fig. II**



**Nivel: Deducción informal.** En este nivel, los estudiantes pueden establecer las interrelaciones de las propiedades de las figuras (en un cuadrilátero, para que los lados opuestos sean paralelos se necesita que los ángulos opuestos sean iguales) y entre figuras (un cuadrado es un rectángulo porque tiene todas las propiedades de un rectángulo). Pueden deducir propiedades de las figuras y reconocer clases de figuras. Las definiciones son significativas. Se pueden seguir e incluso construir argumentos informales. En este nivel el estudiante, no obstante, no comprende el significado de la deducción como un todo o el papel de los axiomas. Con frecuencia se utilizan resultados empíricos junto con técnicas deductivas. Se puede seguir la demostración formal, pero el estudiante no ve cómo se podría cambiar el orden lógico y no ve cómo construir una demostración partiendo de premisas diferentes o no familiares.

**Nivel: Deducción.** En este nivel, se entiende la deducción como un camino para establecer la verdad geométrica dentro de un sistema axiomático. Se ve la interrelación y el papel de los términos no definidos, axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones. Una persona en este nivel puede construir, y no sólo memorizar, las demostraciones; se ve la posibilidad de desarrollar una demostración de varias formas; se entiende la relación entre las condiciones necesaria y suficiente; se distingue una afirmación y su inversa.

**Nivel: Rigor.** En este estado el alumno puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos, esto es, se pueden estudiar las geometrías no-Euclídeas, y se pueden comparar sistemas diferentes. Se ve la geometría en abstracto. El último nivel es el menos desarrollado en los trabajos originales y ha recibido poca atención por parte de los investigadores. P. M. van Hiele ha reconocido que está interesado en los tres primeros niveles en particular.

Los autores en mención, recomiendan a los profesores de Geometría que organicen esta enseñanza siguiendo unas determinadas pautas que reciben el nombre de "fases de aprendizaje". El alumno tiene que pasar por todas las fases para alcanzar un nivel de razonamiento superior. Estas fases son:

**Fase 1: Información.** El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales.

**Fase 2: Orientación dirigida.** Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.

**Fase 3: Explicitación.** Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo.

**Fase 4: Orientación libre.** Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de razonamiento.

**Fase 5: Integración.** Los nuevos conceptos y habilidades que los alumnos han aprendido en las fases anteriores están asimilados, pero aún deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente.

Fuys, Geddes y Tischler (1988) resumieron las características principales de los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico resultando:

- los niveles son secuenciales;
- cada nivel tiene su propio lenguaje, una serie de símbolos y una red de relaciones;
- lo que es implícito en un nivel llega a ser explícito en el siguiente nivel;
- el progreso de un nivel al siguiente es más dependiente de la instrucción que de la edad o maduración biológica.

En la propuesta de los esposos Van Hiele destacan los niveles del razonamiento y fases para el aprendizaje de la geometría. Los niveles son una descripción de la secuencia de los razonamientos geométricos; las fases son una serie de pasos que están orientados a que los profesores y las profesoras faciliten el avance de los alumnos y alumnas en los diferentes niveles del razonamiento.

La propuesta anterior aunque tiene ya medio siglo de haber sido planteada, es aun novedosa en el sentido que analiza con un cierto nivel de profundidad el razonamiento geométrico de los y las estudiantes y proporciona pistas metodológicas, para el progresivo avance de los alumnos y alumnas a través de los distintos niveles de razonamiento.

#### ***2.1.4 El programa de estudio de Matemática para octavo grado de educación básica***

Los actuales programas de estudio para la asignatura de Matemática del Ministerio de Educación de El Salvador (MINED), están elaborados atendiendo al desarrollo de cuatro componentes curriculares: Las competencias, los contenidos, la metodología y la evaluación.

Dichos programas de estudio presentan un enfoque basado en la resolución de problemas para el desarrollo de competencias básicas. Sobre lo anterior el MINED, expone:

El enfoque de la asignatura responde a la naturaleza de la Matemática: resolver problemas en los ámbitos científicos, técnicos, sociales y de la vida cotidiana. En la enseñanza de la Matemática se parte de que en la solución de todo problema hay cierto descubrimiento que puede utilizarse siempre. En este sentido los aprendizajes se vuelven significativos desde el momento que son para la vida, más que un simple requisito de promoción. Por tanto, el o la docente debe generar situaciones en que el estudiantado explore, aplique, argumente y analice los conceptos, procedimientos algebraicos, algoritmos; sistematice e interprete información, y otros tópicos matemáticos acerca de los cuales debe aprender.<sup>71</sup>

Para efectos del ordenamiento curricular, el Ministerio de Educación ha adoptado la siguiente definición de competencia:

Competencia es la capacidad de enfrentarse con garantías de éxito a tareas simples y complejas en un contexto determinado<sup>72</sup>

El currículo nacional salvadoreño aspira, en la asignatura de Matemática, al desarrollo de las siguientes Competencias Matemáticas Básicas:<sup>73</sup>

- **Razonamiento lógico matemático.** Esta competencia promueve en los y las estudiantes la capacidad para identificar, nombrar, interpretar información, comprender procedimientos, algoritmos y relacionar

---

<sup>71</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 9.

<sup>72</sup> Ministerio de Educación de El Salvador (2007). *Currículo al servicio del aprendizaje* (1<sup>a</sup>. ed.). San Salvador, El Salvador

<sup>73</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 9.

conceptos. Estos procedimientos fortalecen en los estudiantes la estructura de un pensamiento matemático, superando la práctica tradicional que partía de una definición matemática y no del descubrimiento del principio o proceso que da sentido a los saberes numéricos

- **Comunicación con lenguaje matemático.** Esta competencia desarrolla habilidades, conocimientos y actitudes que promueven la descripción, el análisis, la argumentación y la interpretación utilizando el lenguaje matemático, desde sus contextos, sin olvidar que el lenguaje natural es la base para interpretar el lenguaje simbólico.
- **Aplicación de la Matemática al entorno.** Es la capacidad de interactuar con el entorno y en él, apoyándose en sus conocimientos y habilidades numéricas. Se caracteriza también por la actitud de proponer soluciones a diferentes situaciones de la vida cotidiana. Su desarrollo implica el fomento de la creatividad, evitando el uso excesivo de métodos basados en la repetición

El currículo concibe los contenidos como el conjunto de habilidades, aptitudes y conocimientos necesarios para el desarrollo de las competencias y los integra en tres grupos<sup>74</sup>:

- **Conceptuales:** Están referidos a conceptos, hechos, datos, principios, definiciones, esquemas, secuencias instruccionales.
- **Procedimentales:** Son concebidos como determinadas formas de actuar, cuya principal característica es que no se realizan en forma desordenada o arbitraria, sino de manera sistemática y ordenada, unos pasos después de otros, y que dicha actuación se orienta hacia la consecución de una meta.
- **Actitudinales:** Se trata de actitudes, normas y valores los cuales deberán planificarse igual que los contenidos conceptuales y procedimentales, por

---

<sup>74</sup> *Ibíd.*, pp. 5.

tener la misma importancia. Las personas competentes, tienen conocimientos y los aplican con determinadas actitudes y valores. Estos contenidos están en estrecha relación con los ejes transversales del currículo salvadoreño los cuales son concebidos como contenidos básicos que deben incluirse oportunamente en el desarrollo del plan de estudio: (Educación en derechos humanos, educación ambiental, educación en población, educación preventiva integral, educación para la igualdad de oportunidades, educación para la salud, educación del consumidor y educación en valores)

El programa de la asignatura de matemática de octavo grado está compuesto de nueve unidades temáticas:

- Unidad 1: Trabajemos con números reales** (Operaciones con números irracionales. Cálculo de la raíz cuadrada)
- Unidad 2: Operemos con polinomios** (Grado, valor numérico, operaciones algebraicas con polinomios, signos de agrupación, leyes de los exponentes)
- Unidad 3: Midamos y construyamos con triángulos** (Aplicación de los teoremas de los triángulos, igualdad y semejanza. Determinación de la recta notable).
- Unidad 4: Aprendamos a factorizar** (Factor común, trinomios factorizables, suma o diferencia de potencias iguales, combinación de casos)
- Unidad 5: Trabajemos con áreas de figuras planas** (Áreas de regiones planas, sector circular y corona circular, área lateral y total de un cubo, ortoedro, paralelepípedo recto y de figuras compuestas)
- Unidad 6: Operemos fracciones algebraicas** (Cálculo y aplicación del mínimo común múltiplo y máximo común divisor de monomios y polinomios y la simplificación de fracciones algebraicas)

- Unidad 7: Calculemos el área y el volumen de los cuerpos geométricos**  
(Cálculo de área y volumen de la esfera, como, prisma recto, pirámide regular, cilindro circular recto)
- Unidad 8: Utilicemos la información** (Recopilación, organización y presentación de la información, cálculo y aplicación de media aritmética)
- Unidad 9: Trabajemos con ecuaciones** (Ecuaciones enteras y fraccionarias de primer grado con una incógnita).

La metodología propuesta para el desarrollo de las unidades temáticas anteriores está basada en el trabajo por Resolución de Situaciones Problemáticas (RSP) el cual busca convertir los ejercicios de lápiz y papel en verdaderas situaciones problematizadoras que impliquen de los estudiantes la necesidad de utilizar herramientas heurísticas para resolverlas. Lo anterior lleva implícitos los siguientes elementos que deben estar presentes en los proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura:

- **Aplicabilidad del aprendizaje:** Posibilidad de transferir los saberes matemáticos a situaciones del entorno.
- **Aprendizaje como proceso abierto, flexible y permanente:** Posibilidad de incorporar los avances culturales, científicos y tecnológicos que sean pertinentes. Implica además la formación y actualización permanente por parte de los docentes.
- **Consideración de situaciones cercanas a los intereses de los estudiantes:** Implica la habilidad del profesorado para interpretar los gustos por los cuales son motivados sus estudiantes y si estos pueden ser adaptables a la experiencia educativa.
- **Rol activo del alumno en el aprendizaje de la matemática:** Es la concepción de los estudiantes como actores en la resolución de problemas, quienes aportan las soluciones y las evalúan entre si.

El programa de estudio de octavo grado está estructurado según el siguiente esquema:

- **Número y nombre de la unidad:** Datos generales de la unidad
- **Tiempo asignado para unidad:** Tiempo asignado a cada unidad que puede ser adecuado por los y las docentes
- **Objetivos de la unidad:** Lo que se espera que alcancen los alumnos y alumnas
- **Contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales:** Conceptos, procedimientos y actitudes que los alumnos deben adquirir como parte de proceso de enseñanza aprendizaje.
- **Indicadores de logro:** Son las muestras que evidencian que el alumnado está alcanzando los objetivos.

El presente trabajo esta referido a dos temas específicos de geometría: El área de triángulos y la semejanza de triángulos. El programa de estudio establece para el área de geometría el siguiente objetivo general:

**Interpretar y cuantificar la realidad de su entorno aplicando el cálculo de áreas y volúmenes.<sup>75</sup>**

La unidad 3: Midamos y construyamos con triángulos establece como objetivo general:

**Construir soluciones a situaciones problemáticas del aula y del entorno utilizando triángulos, con sus teoremas y rectas notables, valorando la opinión de los demás.<sup>76</sup>**

---

<sup>75</sup> Ministerio de Educación de El Salvador. *Programa de Estudio Matemática: Tercer Ciclo*. Editorial Quebecor World, El Salvador, 2008, pp. 41.

<sup>76</sup> *Ibíd*em, pp. 50

Para el contenido conceptual semejanza de triángulos, el programa establece los siguientes contenidos procedimentales y actitudinales:

**Procedimentales:**

- a. Determinación, explicación y aplicación de la semejanza de triángulos.
- b. Deducción, utilización y explicación de la proporcionalidad en la semejanza de triángulos.
- c. Resolución de problemas aplicando la semejanza de triángulos.

**Actitudinales:**

- a. Seguridad al determinar, examinar y aplicar la semejanza de triángulos.
- b. Confianza al utilizar explicar la proporcionalidad en la semejanza de triángulos.
- c. Colabora con sus compañeros en la resolución de problemas aplicando la semejanza de triángulos.

**Los objetivos de logro establecidos son:**

- a. Determina, explica y aplica con seguridad la semejanza de triángulos, mostrando confianza.
- b. Deduce, utiliza y explica la proporcionalidad en la semejanza de triángulos, mostrando confianza.
- c. Resuelve problemas aplicando la semejanza de triángulos, en colaboración con sus compañeros.

La unidad 5: Trabajemos con áreas de figuras planas establece como objetivo general:

**Aplicar el cálculo de superficies y volúmenes al aula y sus alrededores, a fin de buscar soluciones a las diversas problemáticas que puedan**

**presentarse, valorando además la armonía y belleza geométrica que le rodea.<sup>77</sup>**

Para el contenido conceptual, Áreas de regiones planas, el programa establece los siguientes contenidos procedimentales y actitudinales:

**Procedimentales:**

- a. Cálculo de áreas de regiones planas
- b. Identificación y explicación de los elementos de figuras geométricas.
- c. Deduce y utiliza Determina y utiliza las fórmulas para encontrar el área de figuras geométricas.
- d. Resolución de problemas utilizando las fórmulas de áreas en figuras geométricas.

**Actitudinales:**

- a. Interés por el cálculo de áreas de regiones planas.
- b. Seguridad al identificar y explicar los elementos de figuras geométricas
- c. Precisión al deducir y utilizar fórmulas para encontrar el área de figuras geométricas.
- d. Esmero al solucionar problemas

**Los objetivos de logro establecidos son:**

- a. Calcula con interés áreas de regiones planas
- b. Identifica y explica con seguridad los elementos de figuras geométricas
- c. Deduce y utiliza con precisión las fórmulas para calcular áreas de cuerpos geométricos.
- d. Resuelve con esmero problemas utilizando las fórmulas de áreas en figuras geométricas.

---

<sup>77</sup> Ibídem, pp. 58

El Ministerio de Educación de El Salvador, plantea en los nuevos programas de estudio, el enfoque didáctico basado en la resolución de problemas. Dicho enfoque es coincidente con el planteamiento de Santiago Barderas mencionado anteriormente. Sin embargo, los profesores y las profesoras del país, aun no han asimilado en su totalidad la práctica de tal planteamiento, en la mayoría de los casos no por negligencia sino por la insuficiente formación técnica acerca de la aplicación de dicho enfoque. Esa es todavía una tarea pendiente en la política educativa del país, no obstante a juicio de los autores del presente estudio, han sido dados ya los primeros pasos en la dirección correcta al plasmar en el curriculum nacional un cambio de fondo en el enfoque didáctico de la asignatura.

### **2.1.5 Las técnicas lúdicas**

El adjetivo lúdico es un derivado por etimología popular del sustantivo latino *ludus* que significa “juego”. Lúdico designa por tanto, todo lo relativo al juego, ocio, entretenimiento o diversión. Lúdico se formó por analogía con muchas palabras que empleaban sufijo *ico*. El adjetivo correcto de origen latino es en realidad “lúdrico” que viene del latín *ludicer, ludrica, ludicrum* (divertido, ameno, propio del juego)<sup>78</sup>

Las técnicas lúdicas son procedimientos didácticos que están orientados al logro de objetivos a través de actividades relacionadas con el juego. No se trata de juegos arbitrarios o “dinámicas de animación”, sino de actividades didácticas que incorporan elementos de diversión, competencia, trabajo en equipo que motivan y permiten un aprendizaje eficaz por cuanto también se “aprende jugando”<sup>79</sup>.

---

<sup>78</sup> Diccionario Etimológico[en línea]. Recuperado el 5 de mayo de 2011 de <http://etimologias.dechile.net/?lu.dico>

<sup>79</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 25

## **a. El rol del juego en la enseñanza de la matemática**

La actividad matemática ha tenido desde siempre un componente lúdico. El juego, tal como el sociólogo J. Huizinga (1938) lo analiza en su obra *Homo Ludens*, presenta características peculiares<sup>80</sup>:

- Es una actividad libre, en el sentido de la *paideia* griega<sup>81</sup>, es decir, una actividad que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar.
- Tiene una cierta función en el desarrollo del hombre; el cachorro humano, como el animal, juega y se prepara con ello para la vida; también el hombre adulto juega y al hacerlo experimenta un sentido de liberación, de evasión, de relajación.
- El juego no es broma; el peor revienta juegos es el que no se toma en serio su juego.
- El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.
- El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio.
- Existen ciertos elementos de tensión en él, cuya liberación y catarsis causan gran placer.
- El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican.
- A través de sus reglas el juego crea un nuevo orden, una nueva vida, llena de ritmo y armonía.

Un breve análisis de lo que representa la actividad matemática basta para permitirnos comprobar que muchos de estos rasgos están bien presentes en

---

<sup>80</sup> Villanueva de Moya, M. *La Papiroflexia como Recurso Didáctico en La Enseñanza de la Geometría*. Institución Educativa María Auxiliadora de Galapa, (2009), pp. 3.

<sup>81</sup> *Paideia* (en griego παιδεία, "educación" o "formación", a su vez de παῖς, *país*, "niño") era, para los antiguos griegos, la base de educación que dotaba a los varones de un carácter verdaderamente humano.

ella. La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico. Si el juego y la matemática, en su propia naturaleza, tienen tantos rasgos comunes, no es menos cierto que también participan de las mismas características en lo que respecta a su propia práctica. Esto es especialmente interesante cuando se plantea la búsqueda de los métodos más adecuados para transmitir a los alumnos y alumnas el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar y para proporcionar una primera familiarización con los procesos usuales de la actividad matemática.

### ***b. Utilidades del juego en el aula***

Los juegos sirven al docente para motivar sus clases, hacerlas amenas, interesantes, atractivos, activas y dinámicas; estimular las manifestaciones psíquicas en el desarrollo de sus funciones orgánicas, mentales y fisiológicas. El juego en el alumno y la alumna convierte todo lo aprendido en una habilidad disponible a ser aprovechada en el proceso educativo.

Todo ser humano, desde sus primeros años de vida y por su naturaleza activa, necesita del juego para ir construyendo su propia identidad. En los primeros años, el juego es sensorio motor lo que le permite un despliegue y un desarrollo de su motricidad, estructuración de su cuerpo y del espacio, así el conocimiento y la comprensión progresiva de la realidad.

El juego se centra en cuatro principales pilares<sup>82</sup>:

- I. Desarrolla la personalidad.** Los juegos facilitan al alumno y alumna una educación integral en los siguientes aspectos

---

<sup>82</sup> Programa Nacional de Formación y Capacitación Permanente. *Guía de Trabajo del Módulo Matemática Lúdica*. Universidad Nacional de Trujillo y Ministerio de Educación, México, 2008, pp. 7 - 8.

- **Como medio de educación física.** Aporta a los aspectos de la soltura, agilidad, armonía, elegancia en los movimientos musculares que manifiestan y contribuyen en la formación estética del organismo, desarrolla los sentidos, favorece la agudeza visual, auditiva y táctil.
- **Para el desarrollo de los intereses.** Debido a que se orienta a los intereses vitales del niño y la niña, provoca sanas manifestaciones psíquicas: como la emoción, la virilidad, el placer del movimiento y el encanto de la ilusión.
- **Como medio de desarrollo intelectual.** Los niños desenvuelven con el lenguaje, la iniciativa y el ingenio. El juego despierta la atención y la capacidad de obsesión y acelera el tiempo recreacional.

**II. La formación educativa en las diferentes áreas del currículo.** El juego no sólo tiene valor formativo, ya que también sirve para impartir el conocimiento en las diferentes áreas, desarrollándose con actividades significativas en el aprendizaje. Constituye el normal desenvolvimiento físico de los niños y niñas, quienes descubren sus capacidades y habilidades frente a sí mismos y su mundo, permitiendo que aprenda jugando actividades propuestas.

**III. Desarrollo social, psicológico, y sensorio motriz.** El juego facilita que se incorpore al grupo social, logrando el respeto mutuo y solidaridad, en lo psicológico, el juego permite dar al niño y niña oportunidades para actuar con libertad frente a ciertas situaciones y desde el punto de vista del desarrollo motor, permite que el niño desarrolle su coordinación motora gruesa y fina.

**IV. Desarrollo cognitivo del niño.** La psicología de la conducta, manifiesta que la importancia del juego no sólo radica en lo expuesto

anteriormente, sino es fundamental en el desarrollo cognitivo del niño. De allí se deduce que el juego es importante en todo el transcurso de la vida del individuo.

### ***c. Efectos de la aplicación de técnicas lúdicas en el proceso de enseñanza – aprendizaje.***

Tradicionalmente se considera que en las primeras etapas del aprendizaje matemático sí es adecuado utilizar juegos y materiales manipulativos. Pero que a partir de una determinada edad de los alumnos (que puede variar un poco, pero que en cualquier caso es anterior al comienzo de la Enseñanza Secundaria) hay que adentrarse en las matemáticas “serias”, que excluyen por completo los componentes lúdicos. Por eso, no siempre es fácil persuadir a todos los implicados en el proceso educativo, sobre la conveniencia de considerar aspectos relacionados con el juego en la educación matemática.

Cuando se afronta conscientemente y con los materiales necesarios la introducción de juegos en la clase de matemáticas. Los hechos demuestran con claridad que se está en el buen camino.

En los siguientes apartados, Fernando Corbalán aborda los posibles efectos de los juegos, así como de las ventajas de su utilización y los inconvenientes de su puesta en práctica<sup>83</sup>:

- **Expectativa ante los juegos**

La utilización de los juegos en clase supone una expectación por parte de los alumnos, y, en principio, un posicionamiento positivo ante los mismos. Pero no hay que pensar que el mero anuncio de que se van a hacer juegos nos resuelve todos los problemas, ni que aunque así sea en un primer

---

<sup>83</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 41-55

momento, vaya a durar para siempre. Hay que tener bien presente que nuestros alumnos pertenecen a una generación que concede una gran importancia a los medios audiovisuales, que reciben realizados por profesionales de la comunicación. Por eso, para poder estar a la altura, hay que hacer la presentación de los juegos a realizar con toda brillantez posible, lindando el “showbussines”. Y la propia realidad física de los mismos (tableros, cartas, fichas, dados,...) tiene que ser lo más atractiva posible y realizados con la mayor dignidad.

- **Fines de los juegos**

Si utilizamos el juego en la enseñanza de las matemáticas es porque consideramos que tiene importancia dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje. Por ello tiene que estar claramente enmarcado en una programación de la asignatura, sea dentro del temario de contenidos o de procedimientos o técnicas de resolución de problemas. Como señala el Informe Cockroft (1985), “sea cual fuere su nivel de conocimientos, el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y juegos matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y a desarrollar el pensamiento lógico... Todos estos tipos de actividades obligan a pensar en los números y en los procesos matemáticos de un modo bastante distintos del que suele encontrarse en las aplicaciones habituales de esta asignatura, y contribuyen así al incremento de la confianza y de la comprensión”.

Pero esa inclusión dentro de la programación implica que hay que conectar los resultados que se obtengan con el proceso general. Y en particular todo lo que tiene que ver con la relación de los juegos y las técnicas habituales de la resolución de problemas, como la búsqueda y ámbito de aplicación de estrategias ganadoras en los juegos de estrategia.

- **Introducción de los juegos**

Tendremos que elegir juegos cuyas reglas (en las que de cualquier forma habremos hecho un esfuerzo porque sean pocas, claras y expresadas en un lenguaje sencillo y preciso) sean fácilmente comprensibles por nuestros

alumnos. Y como la comprensión varía con el tiempo y depende de la cantidad de juegos que se conozcan, el desarrollo psicológico y de los conocimientos matemáticos, al menos, es importante que el juego se introduzca en el momento oportuno. Un mismo juego no sirve siempre. Depende del conjunto de factores que hemos citado antes, en cada momento. “Así que un juego que seguramente será aburrido para unos alumnos que dominen esos conocimientos (matemáticos), podrá ser estimulante y divertido para otros alumnos. Los profesores decidirán, por tanto, qué juegos y a qué edades”, comentan Hernán – Carrillo (1989).

Tenemos así las tres características básicas que tienen que guiar la utilización pedagógica de juegos: en el momento preciso, de forma correcta y con un fin adecuado.

- **Tratamiento de la diversidad**

Un mismo juego puede jugarse a muy distintos niveles de complejidad (pues una de las características destacadas de los mismos es su flexibilidad), con lo que se puede adaptar a las diferentes necesidades de los grupos de alumnos. Incluso y como comenta Kamii (1986), y como una forma de valorar la autonomía de los propios alumnos, “es importante que ellos mismos hagan y deshagan las reglas”

Con ello se puede mantener unidos en un mismo grupo a alumnos con niveles diferentes en matemáticas pero sin que estemos trabajando a un nivel excesivo para algunos ni demasiado bajo para otros. Cuando los grupos de alumnos con los que tengamos que trabajar incluyan niveles de conocimientos y/o destrezas muy diferentes, habrá que elegir cuidadosamente los juegos a utilizar, buscando especialmente que sean muy flexibles, con reglas que permitan adaptarlos a grupos distintos.

El tratamiento de la diversidad va muy unido a la enseñanza personalizada. Acabamos de tratar como se puede atender a los “retrasados”. Pero también, con los mismos juegos, usando ahora los niveles más altos, se puede lograr potenciar las posibilidades de los más destacados. Y junto con ello, siempre se puede tener a disposición de los mismos juegos

individuales (solitarios) a realizar cuando se hayan terminado las tareas comunes (algo que en general les pasa a esos alumnos destacados con mucha frecuencia). Asimismo, la utilización de juegos permite poder proponer a cada uno de los alumnos actividades específicas para reforzar o recuperar habilidades que necesiten.

- **Detección y tratamiento de errores**

El camino hasta llegar a una enseñanza que parta del error de cada alumno y avance hacia las ideas correctas es muy largo y está muy lejano el día en que se recorra completamente. Nosotros creemos que una buena forma de autocorrección de errores es la práctica sistemática de juegos matemáticos, puesto que si se cometen errores se pierden las partidas. Y por ello hay un interés inmediato y efectivo en detectar, por parte del propio alumno, los errores que se cometen, y corregirlos si quieren tener posibilidades de ganar. Es decir que la detección no sólo es temprana, sino que se hace de forma dinámica, poniendo los medios para cambiarlos y poder aplicarlos de manera efectiva.

Para poder detectar con mayor eficacia los errores de nuestros alumnos es importante que se sientan con libertad para expresarse, en todo momento, y, por supuesto cuando juegan.

- **Inconvenientes ambientales**

Hay toda una serie de circunstancias en los centros de trabajo y en la propia sociedad que suponen inconvenientes de distinto calibre para la práctica de juegos en clase de matemática: Económicos, topográficos, número de alumnos, psicológicos, sociales e institucionales.

- **Dificultades para procurarse juegos**

Aunque haya un convencimiento de la adecuación de los juegos en las clases de matemáticas, sigue habiendo a veces reticencias derivadas de las dificultades (diferentes de las económicas, y además de esas) para procurarse juegos. Se arguye que ocasionalmente sí que se puede encontrar algún juego, pero no siempre ni los más adecuados, ni en

cantidad suficiente. Y que sería bueno poder disponer de juegos siempre que fuera conveniente.

- **Aumento de placer que proporcionan las matemáticas**

El juego ayuda a mejorar las actitudes de los alumnos ante las matemáticas, tarea prioritaria del profesor de matemáticas en estos niveles educativos.

Y en este aumento en la motivación de los alumnos, la mejora de las relaciones entre los alumnos y entre estos y el profesorado, así como del placer que proporcionan se puede medir.

Y aunque nuestros alumnos no sean ya niños en sentido estricto, con ello damos un paso adelante en el cumplimiento de la Declaración Universal de los Derechos del Niño, que en su Principio Séptimo dice que “el niño deberá disfrutar plenamente de juegos y recreaciones; la sociedad y las autoridades públicas se esforzaran por promover el goce de este derecho”

Y en lo que se refiere a las clases de matemáticas, desde luego que en general se deja de considerar niños a los alumnos a muy temprana edad.

- **Cambio favorable de la actitud ante las matemáticas**

Se potencian con los juegos una serie de aprendizajes de gran interés en su desenvolvimiento humano y la inserción social. Por ejemplo, en el caso de los juegos en los que intervienen el azar y la estrategia, en los que como señalan Hernán - Carrillo (1989) “el jugador debe tomar decisiones que afectarán al desarrollo y desenlace del juego. Y aprender a tomar decisiones tiene consecuencias beneficiosas tanto para la resolución de problemas de matemáticas como para un inmenso número de situaciones de la vida, de la vida a secas”. Y todos los aspectos que tienen que ver con la socialización de los propios alumnos. En particular fomentan las relaciones humanas; cultivan la aceptación de unas reglas y el saber aceptarlas con posterioridad; se asimila que perder forma parte del juego, y hacerlo sin angustia es una de las características indispensables del buen jugador (y condición necesaria para enfrentarse a la vida) y se aprende también a ganar sin arrogancia, algo tan difícil, al menos, como perder con

dignidad. O, como resume I Gómez (1992), “otra de las ventajas que la situación de juego ofrece a los/as estudiantes es la oportunidad de ganar o perder, esto les sirve para estimular cualidades personales y sociales como la autoestima-autovaloración, la confianza, la cooperación, el reconocimiento de los éxitos de los compañeros y compañeras, etc.”

- **Algunas dificultades para la implantación de los juegos**

- Los alumnos necesitan tiempo para abordar los juegos y, sobre todo, profundizar en los mismos, en su análisis.
- La práctica de juegos con los alumnos requiere una mayor preparación por parte del profesorado y de bastante atención en las distintas fases del juego.
- Requiere un esfuerzo en el análisis de la presentación de los resultados que se obtengan (sobre todo en lo que se refiere a los juegos de estrategia: estrategias ganadoras, generalizaciones de las mismas, casos en los que es aplicable, etc.) Este es un proceso complejo para los alumnos, por lo que tendremos que proporcionar nuestra ayuda paso a paso, para su análisis.

#### ***d. Las técnicas lúdicas y la enseñanza de la geometría***

Autores como Claudia Alsina, Carmen Burgués y Joseph Fortuny <sup>84</sup>, plantean que el uso de los juegos en la educación matemática es, a parte de divertido, una estrategia para abordar y consolidar conceptos y propiedades, La geometría en particular, ofrece una gama interesante de juegos planos y espaciales en donde las figuras y las transformaciones son protagonistas.

Jugar es, por tanto, una actividad escolar de primer rango. Lo que sería importante es saber sacar el goce lúdico de las enseñanzas. No hace mucho, millones de ciudadanos jugaban en sus casas y en las calles con el cubo de Rubik. Se trata de un juego sencillo pero con enormes posibilidades para estudios de rotación

---

<sup>84</sup> Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis, España, 1991, pp. 145, 146, 148.

combinatoria. Sin embargo estas posibilidades se vieron relegadas en la inmensa mayoría de los casos a una minoría. No hay que confundir el juego con el conocimiento del mismo.

## **Los juegos planos**

Algunos juegos planos tienen una estructura que les hace adecuados para trabajar conceptos y relaciones matemáticas aunque no han sido diseñados para ello. Tangrams y Poliminos ofrecen gran variedad de situaciones a investigar. Otros rompecabezas geométricos pueden añadirse a estos y son las disecciones de polígonos que permiten reorganizar sus piezas de modos distintos, obteniéndose figuras planas sencillas. Los hay con tradición histórica como juegos de destreza visual y otros han sido creados recientemente. Los laberintos planos ofrecen posibilidades distintas de los laberintos vallados tridimensionales. En el primer caso se percibe todo el trazado simultáneamente, lo que permite estrategias más sencillas de resolución. No debe olvidarse que los alumnos pueden gozar extraordinariamente diseñándolo.

Otros juegos planos que existen en el comercio especializado son útiles herramientas lúdicas para ir interiorizando las posibilidades de orientación en un plano y la distribución de regiones, así como relaciones geométricas tales como amplitud y superficies.

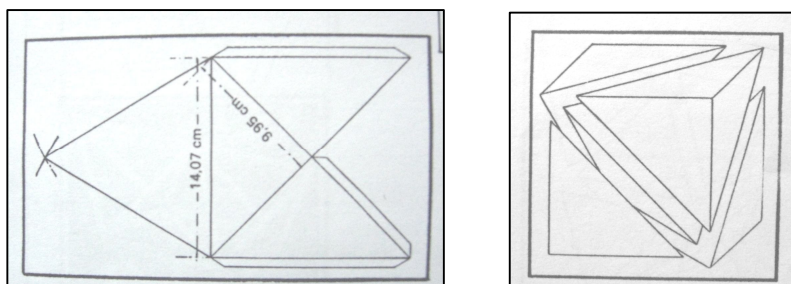
Hay una cantidad enorme de juegos espaciales que se basan en propiedades estrictamente geométricas. Los rompecabezas tridimensionales son los ejemplos paradigmáticos. Jugar con dichos elementos puede contribuir a una mejor vivencia lúdica y conceptual del espacio. Fabricar nuevos juegos puede ser un objetivo atractivo.

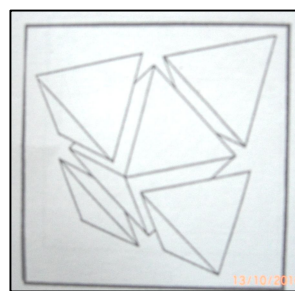
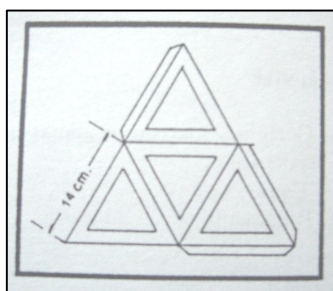
A menudo nos hemos sorprendido de la facilidad y rapidez con que niños de corta edad son capaces de montar y desmontar un puzzle tridimensional frente a

nuestros frustrados intentos. La auto-justificación de esta capacidad reside en alegar la incipiente intuición espacial en el propio desarrollo personal.

Se puede constatar cómo la intuición y la percepción espacial va paulatinamente frustrándose a lo largo de la formación inicial y permanente de las personas. Las causas pueden encontrarse en las pocas oportunidades que nuestra sociedad nos presenta para desarrollar las habilidades espaciales. Los medios de comunicación utilizando sólo informaciones figurales planas, ya sea por expresiones escritas o gráficos planos, no propician precisamente el desarrollo de dichas percepciones espaciales. En este sentido los materiales para juegos lúdicos: juegos de estrategia, laberintos 3D, recortables y rompecabezas espaciales tienen como objetivo suplir esas deficiencias utilizando como recurso motivador el aspecto lúdico, el cual permite desarrollar estrategias para solucionar problemas espaciales.

Estas ideas se ven implementadas en modelos de propuestas didácticas como: “Rompecabezas regular” (ver figuras siguientes) su objetivo va encaminado a favorecer la percepción, visualización e intuición de ciertas estructuras del espacio. El objetivo específico se centra en visualizar relaciones cualitativas y cuantitativas que existen entre los cinco poliedros regulares. Se resalta también la equivalencia entre el espacio vacío y el espacio lleno, así como también la teoría del color en la forma de la envolvente final del rompecabezas, donde se representan adecuadamente los productos de las respectivas mezclas entre los colores primarios y secundarios de las distintas piezas del rompecabezas.





### ***e. Las técnicas lúdicas y la resolución de problemas***

La relación entre juegos y resolución de problemas es más estrecha en el caso de que tratemos de juegos de estrategia, ningún juego es estrictamente de un solo tipo, sino que la mayoría combinan el conocimiento, la estrategia y el azar.

Según Fernando Corbalán, se puede utilizar también una secuencia de cuatro fases, similares a las de Polya para analizar los juegos y tratar de encontrar estrategias ganadoras (o no perdedoras al menos)<sup>85</sup>:

**“Comprender el problema”** sería entender los componentes del juego, el tipo de movimientos o la forma de actuar, el objetivo del juego y la forma de ganar, es decir la fase de familiarización con el juego.

Para **“Trazar un plan para resolverlo”** hay que hacer toda una serie de pruebas (interiorizar los movimientos, resolver pequeños problemas, etc.) e intentar relacionarlo con otros juegos que parezcan similares o con los tipos de estrategias ganadoras que se conozcan, y a partir de todo ello poner en marcha posibles estrategias para el juego que nos ocupe.

Para **“Poner en práctica el plan”** hay que llevar a la práctica las estrategias diseñadas, estudiar los movimientos de ataque y las posibles respuestas que nos podemos encontrar, para hacer que el juego progrese.

---

<sup>85</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 64-65

Para “**Comprobar los resultados**” hay que ver que si la estrategia que se ha puesto en marcha es siempre ganadora e intentar ver si es general, es decir, si sirve en todos los casos. E intentar incluso si es aplicable a otros juegos parecidos y por supuesto, sin limitarse a un solo contrincante. Es importante señalar que las partes más fundamentales para avanzar en el proceso de matematizaciones de las situaciones son las que corresponden a las fases posteriores a haber jugado, es decir, sobre todo la reflexión sobre el proceso que se ha seguido, que hay que realizar tanto de forma individual como en pequeño o gran grupo. Ahí es donde se explicarán los procesos seguidos y se obtendrán experiencias para otros juegos. Dentro de la matematización de situaciones (en general de la resolución de problemas) es de importancia fundamental la formulación de hipótesis, y su comprobación posterior. Ese proceso es muy fácil de realizar con juegos y su puesta en práctica inmediata para su contraste. Y el premio que se consigue por las mejores hipótesis, cuando se contrastan con la realidad, se reconoce en seguida: ganando la partida o mejorando la posición. Por ello es muy útil para la práctica de las técnicas de resolución de problemas la utilización de juegos: a las motivaciones habituales para desear resolver un problema se añade el hecho de que si utilizamos buenas técnicas se ganan las partidas. Y ello constituye una motivación profunda de actuación para todas las edades, y todavía más en la adolescencia, la edad de nuestros alumnos.

Los autores como J. Huizinga y la Universidad Nacional de Trujillo, describen las características de las actividades lúdicas y las contrastan con las características de la actividad matemática en el aula. Se fundamenta la utilidad de los juegos en el aula a través de la descripción de los cuatro pilares en los que se basan las actividades lúdicas.

Fernando Corbalán presenta una completa descripción de los posibles efectos de los juegos en los procesos de enseñanza-aprendizaje, así como las ventajas y desventajas de su aplicación, el aporte de este autor es valioso ya que expone de

manera clara las dificultades prácticas que pueden surgir al plantearse la utilización de técnicas lúdicas en el aula.

Los autores de la colección Síntesis establecen una completa caracterización de la geometría lúdica y plantean el potencial didáctico que poseen algunos recursos o materiales educativos que, a pesar de que es común que existan en las aulas de clases, en raras ocasiones son utilizados aprovechando todas sus ventajas didácticas para la enseñanza de la geometría.

Finalmente, F. Corbalán establece una relación entre el método de resolución de problemas creado por Polya y su aplicación en actividades lúdicas orientadas a la resolución de problemas.

Estos últimos dos aportes teóricos son relevantes para la fundamentación teórica del objeto de estudio: la aplicación de técnicas lúdicas para la comprensión y resolución de problemas geométricos. Dichos planteamientos representan una base teórico-práctica para el desarrollo de la investigación, ya que son el resultado de la sistematización de estudios y prácticas docentes realizadas en otros contextos educativos

## **2.2 Construcción del marco empírico**

### **2.2.1 Monografía**

#### **Aspectos generales del municipio de Tonacatepeque**

La palabra Tonacatepeque es de origen pipil y en cuanto a su significado su interpretación varía de un historiador a otro. Algunos de sus significados son: Cerro de la caña del sol, Cerro del maíz o Cerro de los vestigios<sup>86</sup>.

El Municipio de Tonacatepeque, situada a 12.0 kilómetros al noroeste de la ciudad de San Salvador y a 620.0 metros sobre el nivel del mar. La ciudad comprende los barrios: El Calvario, Concepción, Mercedes y San Nicolás; tiene como ejes principales: las avenidas 14 de Diciembre y 15 de Septiembre y las calles San Nicolás y El Gólgota. Las calles de la ciudad son pavimentadas, adoquinadas y de tierra.

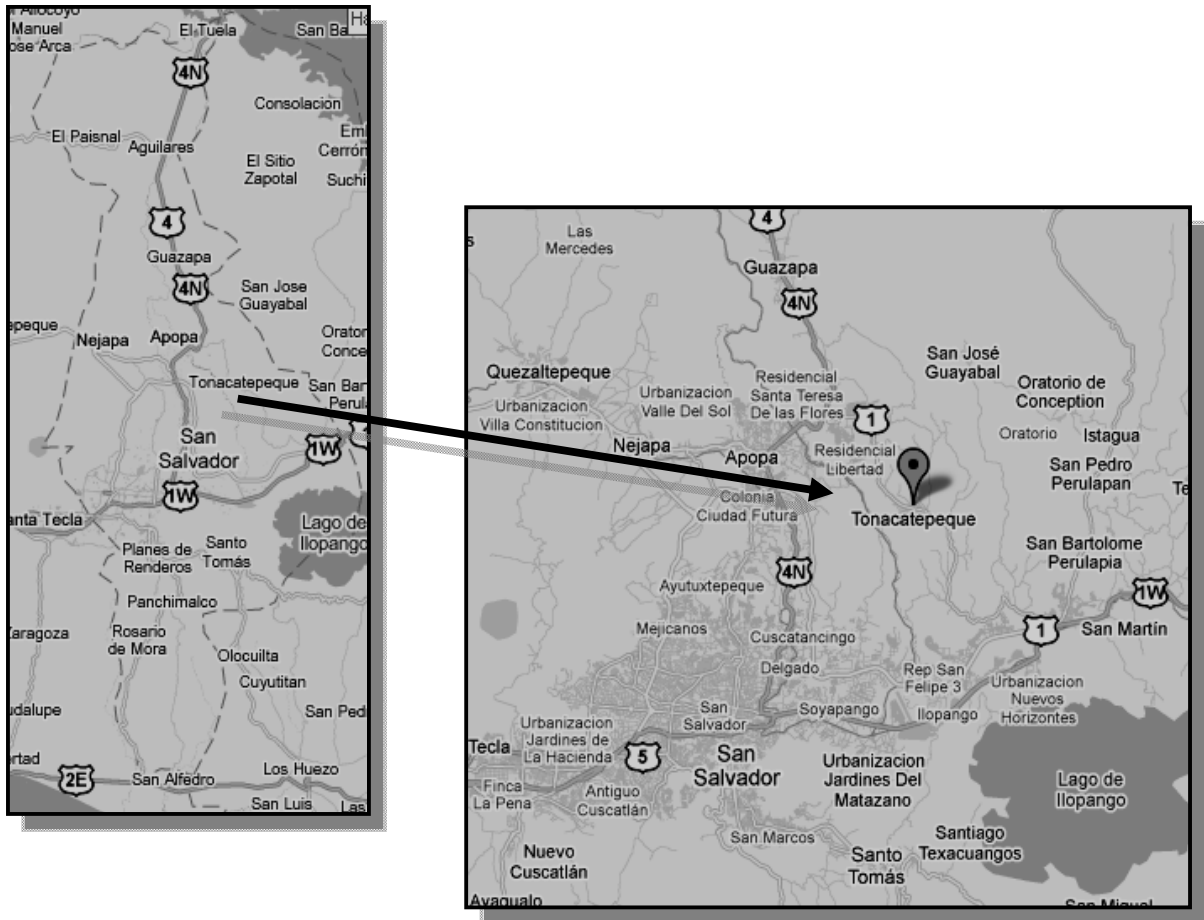
El municipio está limitado al norte por Guazapa y San José Guayabal (departamento de Cuscatlán), al este por San José Guayabal y San Martín, al sur por Ilopango y Soyapango y al oeste por Ciudad Delgado y Apopa. Su población total es de 100,248 habitantes (ocupa el puesto número 11 en población respecto al resto de municipios del país)<sup>87</sup>, tiene una extensión territorial de 67.55 km<sup>2</sup>.

El municipio se divide en 8 cantones y 47 caseríos. Los productos agrícolas de mayor cultivo son: granos básicos, café y hortalizas. Hay crianzas de ganado vacuno, caballar, mular y porcino y de aves de corral.

---

<sup>86</sup>My Tonaca.com Página oficial de la ciudad de Tonacatepeque en El Salvador [en línea]. Recuperado el 20 de julio de 2010 de <http://www.mytonaca.com/>

<sup>87</sup> Ministerio de Economía (2011) *Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples 2010*. Dirección General de Estadística y Censos. El Salvador



La fiesta patronal es en honor a San Nicolás Obispo, la que se celebra del 29 de noviembre al 06 de diciembre; la fiesta tradicional, en honor a San Juan Bautista, la que se celebra el 28 y 29 de agosto; entre los servicios públicos con los que cuenta la ciudad, están: centros educativos, unidad de salud, Alcaldía Municipal, energía eléctrica, Policía Nacional Civil, casa comunal, Casa de la Cultura, Tribunal Supremo Electoral, Centro de Rehabilitación de Menores, Cruz Roja, Centro Judicial, iglesias, telecomunicaciones, mercado y rastro municipal, agua potable, cementerio y transporte colectivo, entre otros.

## **Evolución administrativa del municipio<sup>88</sup>**

Desde el 12 de junio de 1824 al 09 de marzo de 1836, este municipio perteneció al departamento de San Salvador y del 09 de marzo de 1836 al 30 de julio de 1839, al Distrito Federal de la República de Centroamérica. A partir de esta última fecha volvió a integrar el departamento de San Salvador en el "Distrito del Norte de San Salvador". Por Decreto Legislativo del 07 de marzo de 1874, expedido durante la administración del mariscal de campo Santiago González, se otorgó el título de villa al pueblo de Tonacatepeque. Durante la administración del doctor Rafael Zaldívar y por Decreto Legislativo del 06 de febrero de 1878 se otorgó el título de ciudad a la villa de Tonacatepeque. Por Decreto Legislativo del 17 de marzo de 1892, expedido durante la administración del general Carlos Ezeta, la ciudad de Tonacatepeque se erigió en cabecera de distrito, comprendiendo dicho distrito administrativo y judicial, a las poblaciones de Tonacatepeque, Ilopango, San Martín, Apopa, Nejapa, Guazapa y El Paisnal. Por Ley de 28 de abril de 1899, se segregó del distrito de Tonacatepeque la población de Ilopango y se incorporó en el de San Salvador.

### **Cantones del municipio:**

El Tránsito: Situado 3 kilómetros al noreste de la ciudad.

El Sauce: Situado 3 kilómetros al este de la ciudad.

La Fuente: Situado 6 kilómetros al este.

La Unión: Está situado 7 kilómetros al este.

Veracruz: 8 kilómetros al este de la ciudad.

El Rosario: 4 kilómetros al suroeste de la localidad.

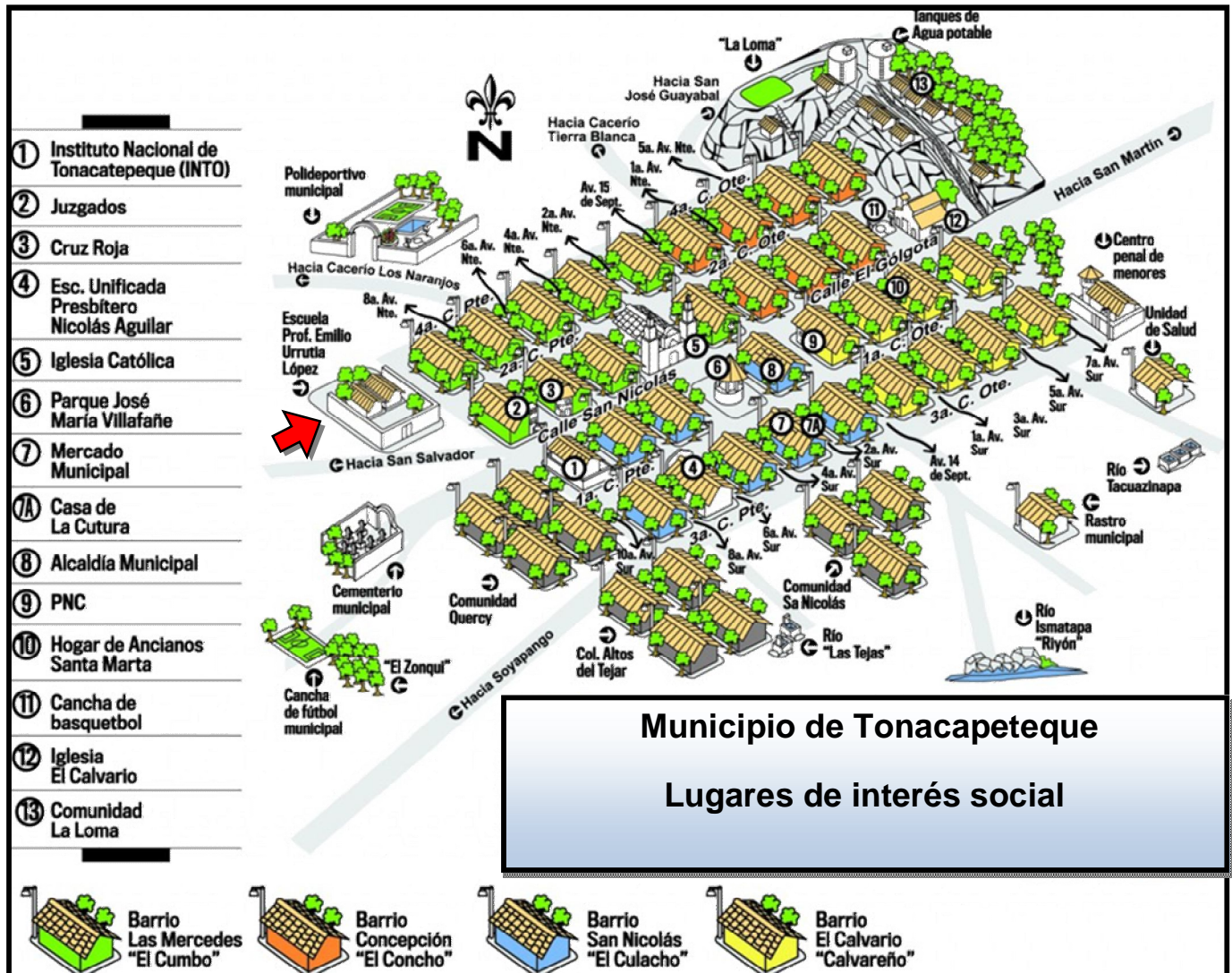
Las Flores: Situado 2 kilómetros al oeste de la ciudad.

---

<sup>88</sup> Fondo de Inversión Social para el Desarrollo Local FSDL [en línea]. Recuperado el 17 de septiembre de 2011 de: <http://www.fisd.l.gob.sv/servicios/en-linea/ciudadano/conoce-tu-municipio/san-salvador/663.html>

## Colonias y urbanizaciones próximas al casco urbano

Todas estas colonias se encuentran sobre la carretera principal que conecta a la Carretera Troncal del Norte: Comunidad Quercy, Altos del Tejar, Comunidad San Nicolás, Comunidad Los Héroes, Colonia San José Las Flores, Colonia 10 de Octubre, Residencial Santa Teresa de Las Flores, Distrito Italia, Residencial Libertad, Urbanización Brisas del Norte.



Fuente: <http://www.mytonaca.com/historia/geografia/>. Recuperado el 17 de septiembre de 2011.

### Caseríos del municipio:

Tierra Blanca: al norte.

Los Parada: al noreste.

El Rincón: al noreste.

Zacamil: al sureste.

Valle Nuevo: al oeste.

San José Arrazola: al noroeste.

El gobierno Municipal es presidido por el Dr. José Camilo Rodríguez<sup>89</sup> quien ocupa el cargo de alcalde por la Coalición de partidos políticos FMLN – CD durante el período 2009 – 2012.

### **Situación económica del municipio**

- **Producción agropecuaria**

La actividad agrícola del municipio se basa en el cultivo de granos básicos, hortalizas, caña de azúcar, café y frutas. La actividad pecuaria está sostenida por la crianza de ganado vacuno y la generación de granjas avícolas.

- **Industria y comercio**

En este municipio, se fabrican telas de algodón, toallas, colchas, perrajes, dulce de panela, productos lácteos, ladrillos y teja de barro. En el comercio local existen tiendas, almacenes, bazares, salas de belleza, agroservicios, ferreterías y comedores.

- **Vías de comunicación**

La ciudad de Tonacatepeque establece comunicación con Soyapango, a través de carretera mejorada de tierra; con las ciudades de Ilopango y San Martín, por medio de carretera pavimentada y la Carretera Panamericana (CA-1); con la villa de San José Guayabal (departamento de Cuscatlán), a través de carretera pavimentada; con cantones y caseríos.

---

<sup>89</sup> Alcaldía Municipal de Tonacatepeque [en línea]. Recuperado el 16 de septiembre de 2011 de: <http://alcaldiadetonacatepeque.blogspot.com/p/proyectos-en-ejecucion.html>

## Situación social del municipio

En el municipio existe un alto índice de violencia, maras y drogadicción. Entre los delitos cometidos están los hurtos, robos, pleitos, violencia intrafamiliar, corrupción, asesinatos y secuestros, todos perpetrados por pandilleros o delincuencia común.

<b>Indicadores</b>	<b>Total</b>	<b>Rural</b>	<b>Urbano</b>	<b>Masculino</b>	<b>Femenino</b>
<b>Número de Hogares</b>	24,555	21,559	2,996	15,719	8,836
<b>Escolaridad Promedio (Años)</b>	6.8	7.1	5.2	7.0	6.6
<b>Tasa de Alfabetismo Adulto (Mayores de 15 Años)</b>	90.7	92.2	81.8	93.0	88.8
<b>Tasa Bruta de Escolaridad Parvularia</b>	51.6	52.2	47.9	50.6	52.8
<b>Tasa Bruta de Escolaridad Primaria</b>	98.3	98.4	97.3	99.0	97.6
<b>Tasa Bruta de Escolaridad Media</b>	51.2	53.3	40.7	47.6	54.9

Fuente: Almanaque Índice 262, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo PNUD, 2009.

El cantón El Rosario y el Cantón Veracruz son considerados los puntos de asalto más frecuentes. La Colonia Distrito Italia es una de las zonas más conflictivas en relación a pandillas, violencia y drogadicción. En cuanto a las pandillas, denominadas “maras”, existe presencia de las Maras Salvatrucha, La Máquina y 18. El Centro Escolar se ha visto afectado por el fenómeno de las pandillas. Una

nota periodística da cuenta de un ausentismo de alumnos de un 34% debido al temor que se ha generado en la comunidad estudiantil<sup>90</sup>.

### **Características del Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López**

- a. **Nombre del Centro Escolar:** Centro Escolar “Profesor Emilio Urrutia López”
- b. **Dirección y teléfono:** Final Calle Nicolás Aguilar, Barrio Mercedes, Tonacatepeque, 2322-0824
- c. **Directora:** Licda. Ana Maritza Hernández
- d. **Visión del Centro Escolar:**  
Ser una institución sólida y de prestigio reconocida por su calidad educativa que promueva la integración de los alumnos y alumnas a la sociedad.
- e. **Misión del Centro Escolar:**  
Proporcionar servicios educativos de alta calidad, mediante procesos integrales que contribuyen a formar alumnas y alumnos críticos, participativos y transformadores de la sociedad.
- f. **Turnos que ofrece:** Matutino y Vespertino
- g. **Niveles que atiende:** Parvularia, I,II y III Ciclo de Educación Básica
- h. **Número de secciones que atiende:** 33
- i. **Número de docentes:** 22 mujeres y 10 hombres

---

<sup>90</sup> Oscar Iraheta (miércoles 14 de septiembre de 2011). Deserción en Escuelas de Tonacatepeque. *El Diario de Hoy*, pp. 10 - 12



### **2.2.2 Diseño de instrumentos de investigación**

El presente estudio pretende indagar de qué manera favorece la aplicación de técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas geométricos. Luego de haber realizado la recopilación de información bibliográfica que sustenta el marco conceptual y la fundamentación teórico-metodológica del estudio, se dio inicio a la segunda etapa de la investigación. Esta se realizó en un centro escolar del departamento de San Salvador; donde se recolectó a través de instrumentos pertinentes, información sobre el objeto de estudio.

La investigación se desarrolló con una sección del octavo grado del centro escolar, se contó además con la colaboración de la docente responsable de la asignatura de matemática de dicha sección, quien al mismo tiempo, es la orientadora del grupo de alumnos y alumnas.

En este apartado del estudio, se presentan los instrumentos diseñados para la recolección de la información en el centro escolar, esta fue de tipo primaria, es decir que se obtuvo en contacto directo con la realidad, y específicamente con el con el objeto de la investigación: la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución y comprensión de problemas geométricos.

La etapa de recolección de información primaria se realizó en tres momentos o fases, para cada una de las cuales se diseñaron instrumentos específicos, que se mencionan en el siguiente cuadro. (Ver también Anexo 1: *Guías de visita al centro escolar*)

Descripción de las fases para la recolección de información primaria		Instrumento utilizado	Personas a quienes se aplicó el instrumento
<b>Fase 1</b>	Recolección de información general del grupo de alumnos y alumnas y de la experiencia docente de la maestra responsable, en relación con el objeto de estudio.	Entrevistas no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C
<b>Fase 2</b>	Observación del desarrollo de las guías didácticas sobre la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos	Cuestionarios de observación	Grupo de alumnos y y alumnas del octavo grado sección C (27 hombres y 13 mujeres)
	Obtención de información sobre los resultados del desarrollo de guías didácticas	Entrevistas no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C
<b>Fase 3</b>	Obtención de información que permita medir resultados de la aplicación de técnicas lúdicas en relación a su aporte en la resolución de problemas geométricos.	Prueba escrita	Muestra aleatoria de 10 alumnos y alumnas del octavo grado sección C.
		Entrevista no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C

La descripción de cada una de las fases del cuadro anterior se amplía en el apartado 3.2. *Procedimiento para la recolección de datos.*

## Instrumento utilizado para la recolección de información en la fase I

### **GUÍA DE ENTREVISTA #1 A LA DOCENTE COLABORADORA** **EN LA INVESTIGACIÓN**

**Objetivo:** Obtener información general sobre el grupo de alumnos y alumnas y sobre la práctica docente de la maestra que servirá de base para el desarrollo de las etapas posteriores de la investigación.

#### **a. Sobre los alumnos y alumnas:**

- a.1 *¿Cuántos alumnos hay en la sección C del octavo grado? ¿Cuántos hombres? ¿Cuántas mujeres?*
- a.2 *¿Cuál es la edad promedio de los alumnos y de las alumnas?*
- a.3 *Del total de alumnos y alumnas ¿Cuántos están repitiendo el octavo grado?*
- a.4 *¿Cuál es el nivel de deserción hasta el mes actual?*
- a.5 *¿Cuántas alumnas y cuántos alumnos son de nuevo ingreso?*
- a.6 *¿En qué sectores del municipio viven los alumnos y las alumnas de la sección?*
- a.7 *¿Cuál es la ocupación de los padres y las madres de los alumnos y las alumnas?*
- a.8 *¿Alguno de los alumnos o alumnas trabajan? ¿En qué tipo de actividades?*

#### **b. Sobre la experiencia docente:**

- b.1 *¿Qué formación docente posee? ¿Cuál es su especialidad?*
- b.2 *¿Cuántos años de experiencia docente posee?*
- b.3 *¿Cuántos años tiene de laborar en el centro escolar?*
- b.4 *¿Cuántos años tiene de laborar en tercer ciclo?*
- b.5 *¿Qué asignaturas imparte en el centro educativo?*
- b.6 *¿Cuántas horas de clase a la semana tiene asignadas?*
- b.7 *¿Cuántas secciones son las que atiende?*
- b.8 *¿Tiene horas libres durante la semana? ¿Cuántas?*

**c. Sobre la experiencia docente con la asignatura de matemática:**

- c.1 *¿En general, que dificultades presentan los alumnos y las alumnas en la asignatura de Matemática?*
- c.2 *¿Qué dificultades específicas presentan los alumnos las alumnas en las diferentes áreas de la Matemática? (Aritmética, Estadística, Álgebra, Geometría).*
- c.3 *¿Cuál es el porcentaje de alumnos que en promedio reprobaban Matemática cada año?*
- c.4 *¿Se está trabajando con los nuevos programas de estudio del MINED?*
- c.5 *¿Cómo es el proceso de planificación de las clases?*
- c.6 *¿Considera que sus clases las está desarrollando siguiendo el enfoque de resolución de problemas propuesto por el MINED?*
- c.7 *¿Cuáles han sido los resultados de la incorporación del enfoque de resolución de problemas?*
- c.8 *En la metodología de trabajo que utiliza, ¿Incorpora las técnicas lúdicas? ¿De qué manera?*

**Instrumentos utilizados para la recolección de información en la fase II**

**GUÍA DE ENTREVISTA # 2 A LA DOCENTE COLABORADORA**  
**EN LA INVESTIGACIÓN**

**Objetivo:** Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre los pasos para la resolución de problemas matemáticos.

1. *¿Cuándo se aplicó la guía sobre los pasos para la resolución de problemas?*
2. *¿Cuántos alumnos y alumnas estuvieron presentes ese día?*
3. *En cuanto a la actividad inicial, el juego de tarjetas:*
  - a. *¿Algún grupo pudo resolver el problema sólo con las indicaciones iniciales?*
  - b. *¿Cuántos estudiantes elaboraron un plan de solución? (Paso 2 del*

método)

- c. Cuando los grupos volvieron a jugar aplicando el plan de solución (paso 3 del método) ¿Cuáles fueron los resultados? ¿Algún grupo encontró la solución?
  - d. Los alumnos pudieron hacer lo que se indicaba en el paso 4 del método, ¿pudieron replantear el juego usando más tarjetas?
4. En cuanto a la explicación de los pasos del método para la resolución de problemas (con los carteles) ¿Cuáles fueron los resultados?
  5. En cuanto a la práctica de método para la resolución de problemas
    - a. ¿Los problemas propuestos fueron los adecuados?
    - b. ¿Los alumnos y las alumnas pudieron aplicar el método de la resolución de problemas?
    - c. ¿Qué dificultades tuvieron los y las estudiantes?
  6. Después de la aplicación de la guía ¿Cuál sería su valoración general del ejercicio realizado?

### **GUÍA DE ENTREVISTA # 3 A LA DOCENTE COLABORADORA** **EN LA INVESTIGACIÓN**

**Objetivo:** Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre el desarrollo del contenido semejanza de triángulos.

1. ¿En qué fecha se aplicó la guía sobre semejanza de triángulos con los alumnos y las alumnas?
2. ¿Cuántos alumnos y alumnas estuvieron presentes ese día?
3. En cuanto a la actividad inicial de clasificación de figuras, ¿Cuál fue el numeral que presentó más dificultades para los alumnos y las alumnas?, ¿Cuál presentó menos dificultad?
4. En cuanto a la definición de semejanza de triángulos, ¿Fue difícil establecer el concepto? Si, no, ¿Por qué?
5. En cuanto al planteamiento de los criterios de semejanza de triángulos,

*¿Hubo dificultades de comprensión por parte de los alumnos o alumnas?  
Si, ¿cuál? no, ¿por qué?*

6. *En cuanto a la resolución del problema del sabio:*

- *¿Pudieron los alumnos y las alumnas encontrar la manera en que el sabio calculó la altura de la pirámide? ¿Cuál?*
- *¿Pudieron los alumnos y las alumnas aplicar el método de los cuatro pasos para la resolución de problemas?*
- *¿Pudieron los alumnos y las alumnas encontrar la aplicación de un criterio de semejanza de triángulos para la situación del sabio?  
¿Cuál?*

7. *¿Cuál es su valoración general sobre la aplicación de la guía con los alumnos y las alumnas?*

### **GUIA PARA LA OBSERVACIÓN DE LA APLICACIÓN DE UNA TÉCNICA LÚDICA PARA RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS**

**Objetivo:** Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos, utilizando una técnica lúdica para obtener información que permita establecer el aporte de la técnica lúdica al desarrollo de habilidades relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos.

**Los alumnos y las alumnas:**

1. *¿Recordaron el problema del sabio que debía calcular la altura de la pirámide con ayuda de su bastón?*
2. *¿Encontraron la relación entre la situación del sabio y el tercer criterio de semejanza de triángulos?*
3. *¿Comprendieron la manera de plantear la proporción para encontrar la longitud de alguno de los lados de dos triángulos semejantes?*
4. *¿Comprendieron la aplicación del método de los cuatro pasos para la*

*resolución de la nueva situación planteada al sabio para el cálculo de la altura de la pirámide?*

5. *¿Identificaron los lados proporcionales en las diferentes posiciones de los triángulos semejantes?*
6. *¿Comprendieron las reglas para el juego “Tiro Geométrico”?*
7. *¿Qué dificultades tuvieron mientras practicaron el juego?*
8. *¿Aplicaron el método de los cuatro pasos para la resolución de los problemas planteados?*
  - *En el paso 1: Comprensión del problema, ¿Hicieron un esquema de la situación? ¿Hicieron referencia al juego?*
  - *En el paso 2: Concepción de un plan, ¿vieron una relación entre lo practicado en el juego y la situación planteada? ¿Pudieron plantear la expresión matemática que permitía resolver el problema?*
  - *En el paso 3: Ejecución del plan, ¿pudieron resolver la situación planteada en los problemas? ¿Encontraron una respuesta?*
  - *En el paso 4: Visión retrospectiva, ¿expresaron haber aprendido algo con el proceso de resolución? ¿pudieron plantear nuevas situaciones?*

#### **GUÍA PARA LA ENTREVISTA # 4 A LA DOCENTE COLABORADORA** **EN LA INVESTIGACIÓN**

**Objetivo:** Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos.

1. *¿Los alumnos y las alumnas recordaron el problema del sabio?*  
*¿Lo relacionaron con la semejanza de triángulos?*
2. *Cuando se planteó la nueva situación para el sabio, ¿comprendieron los*

*alumnos y las alumnas la relación con el criterio 3 de semejanza de triángulos?*

- 3. ¿Comprendieron los alumnos y las alumnas la resolución de la nueva situación del sabio, aplicando el método de los cuatro pasos?*
- 4. ¿Lograron los alumnos y las alumnas identificar la semejanza en las diferentes posiciones que se colocaron los triángulos?*
- 5. ¿Los alumnos y las alumnas relacionaron el procedimiento del juego “Tiro Geométrico” con la semejanza de triángulos?*
- 6. ¿Jugaron los alumnos y las alumnas realizando los cálculos, según el término desconocido en la proporción de semejanza de triángulos?*
- 7. Cuando se plantearon los problemas sobre la semejanza de triángulos ¿Aplicaron los alumnos y las alumnas los elementos del juego para la resolución?*

**GUÍA PARA LA OBSERVACION DE LA APLICACIÓN DE UNA TÉCNICA LÚDICA PARA RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL ÁREA DEL TRIÁNGULO**

**Objetivo:** Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con el área del triángulo, utilizando una técnica lúdica para obtener información que permita establecer el aporte de la técnica lúdica al desarrollo de habilidades relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos.

**Los alumnos y las alumnas:**

- 1. ¿Recordaron la fórmula para encontrar el área de un rectángulo?*
- 2. ¿Comprendieron que el rectángulo puede dividirse en dos triángulos exactamente iguales?*
- 3. ¿Comprendieron que al dividir el rectángulo en dos triángulos iguales, también queda dividida su área en dos áreas exactamente iguales?*
- 4. ¿Lograron identificar que el área del triángulo es la mitad del producto de*

su base y su altura?

5. *¿Comprendieron las reglas para el juego “Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado”?*
6. *¿Realizaron los cálculos correctos para encontrar las áreas de cada uno de los triángulos elegidos (3 de diferentes tamaños)?*
7. *¿Comprendieron que para formar cada uno de los cuadrados, debían utilizar triángulos de diferentes tamaños y tenían que conocer el área de cada uno de ellos para que al sumar esas áreas les diera como resultado el área pedida?*
8. *¿Comprendieron la aplicación del método de los cuatro pasos para la resolución de los problemas planteados?*
  - *En el paso 1: Comprensión del problema, ¿Hicieron un esquema de la situación? ¿Hicieron referencia al juego?*
  - *En el paso 2: Concepción de un plan, ¿vieron una relación entre lo practicado en el juego y la situación planteada? ¿Cómo lo expresaron? ¿Pudieron plantear la expresión matemática que permitía resolver el problema?*
  - *En el paso 3: Ejecución del plan, ¿pudieron resolver la situación planteada en los problemas? ¿Encontraron una respuesta?*
  - *En el paso 4: Visión retrospectiva, ¿expresaron haber aprendido algo con el proceso de resolución? ¿Qué? ¿pudieron plantear nuevas situaciones?*

**GUÍA PARA LA ENTREVISTA #5 A LA DOCENTE COLABORADORA**  
**EN LA INVESTIGACIÓN (Primera parte)**

**Objetivo:** Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados el área del triángulo.

**Los alumnos y las alumnas:**

1. *¿Recordaron la fórmula para encontrar el área del rectángulo?*

<p><i>¿Cuántos de ellos y ellas aproximadamente?</i></p> <p>2. <i>¿Comprendieron la relación entre el área del rectángulo y el área del triángulo? ¿Cuántos de ellos y ellas aproximadamente?</i></p> <p>3. <i>¿Tuvieron dificultades para el cálculo del área de los triángulos propuestos? ¿Cuáles dificultades?</i></p> <p>4. <i>¿Comprendieron el procedimiento para el desarrollo del juego: “Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado”? ¿Qué dificultades presentó el procedimiento para el juego?</i></p> <p>5. <i>¿Desarrollaron el juego según las reglas, realizando los cálculos adecuados para el área de los triángulos y la sumatoria de áreas? ¿Qué dificultades tuvieron?</i></p> <p>6. <i>¿Aplicaron los elementos del juego para la resolución de los problemas planteados sobre el área de triángulos? ¿De qué manera?</i></p>
--

**Instrumentos utilizados para la recolección de información en la fase III**

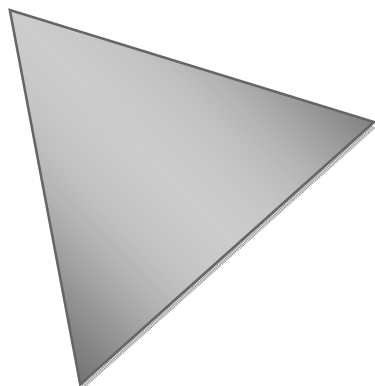
<b>PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS</b>		
<b>Parte I</b>		
<p><b>Objetivo:</b> Aplicar a un grupo de alumnos y alumnas del octavo grado, sección “C” un instrumento para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, a la comprensión y resolución de problemas geométricos.</p>		
PREGUNTAS	Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo	Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará
1. <i>¿De qué se trata el problema que hay que resolver?</i>		
2. <i>¿Cuáles son las cantidades que hay en el problema?</i>		
3. <i>¿De qué manera se puede resolver el</i>		

<p><i>problema? ¿Tiene alguna relación con los juegos que se hicieron en la clase? ¿Con cuál? ¿Cuál es la relación?</i></p>		
<p><i>4. ¿Cómo se puede representar en el dibujo la forma en que se va a resolver el problema?</i></p>		
<p><i>5. ¿Qué cálculos hay que hacer para resolver el problema?</i></p>		
<p><i>6. ¿Son necesarias todas las cantidades que presenta el problema? Si alguna de ellas falta, ¿se podría resolver el problema?</i></p>		
<p><i>7. ¿La respuesta que se encontró es la correcta? ¿Cómo se puede comprobar si es o no, correcta?</i></p>		
<p><i>8. ¿Se podría resolver de otra manera el problema? ¿De qué manera?</i></p>		
<p><i>9. ¿Se podría crear un problema nuevo a partir del problema que se ha resuelto? ¿Cómo podría ser ese nuevo problema?</i></p>		
<p><i>10. ¿Existen pasos para resolver un problema? ¿Cuántos y cuáles son?</i></p>		

Resolver la siguiente situación: Se desea enladrillar una habitación que mide 6.3 m de largo y 4.8 m de ancho. Los ladrillos que se van a utilizar tienen la siguiente forma y medida

Base: 15.4 cm

Altura: 13.2 cm



¿Cuántos ladrillos serán necesarios para cubrir todo el piso de la habitación?

## PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS

### Parte II

***Según la experiencia que han tenido en años anteriores o en este año***

- ¿Recuerdan haber resuelto problemas de geometría anteriormente utilizando el método de los cuatro pasos?*
- ¿Creen que los juegos que se han realizado en el aula les ayudan a entender mejor los contenidos de semejanza y área de triángulos? ¿Por qué?*
- ¿Conocían los juegos que se han realizado en el aula sobre el contenido de semejanza y área de triángulos?*
- ¿Les gustaría seguir realizando juegos en el aula para luego resolver problemas geométricos? ¿Por qué?*

**GUÍA PARA LA ENTREVISTA #5 A LA DOCENTE COLABORADORA**  
**EN LA INVESTIGACIÓN**

**Objetivo:** Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados generales del proceso de aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas.

***Según su opinión como docente:***

- 1. ¿La realización del juego previo al planteamiento de problemas, favoreció a la resolución de los mismos? ¿De qué manera?*
- 2. ¿Qué es lo que aporta el desarrollo de la técnica lúdica al proceso de enseñanza- aprendizaje?*
- 3. Conociendo a su grupo de alumnos y alumnas ¿Cómo valora el trabajo que ellos realizaron durante el desarrollo de las técnicas lúdicas?*
- 4. De acuerdo al desarrollo de la guía y según su experiencia en años anteriores ¿Cuál es la utilidad de las técnicas lúdicas para la resolución de problemas?*
- 5. La aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas, ¿presenta inconvenientes? ¿Cuáles?*

### **2.2.3 Levantamiento de la información**

La recolección de información fue realizada por el equipo investigador en coordinación con la directora del centro escolar y la docente colaboradora de la investigación, se estableció un calendario de visitas acorde con la jornalización de temas de la sección C del octavo grado. *(Ver apartado 3.2: Procedimiento para la recopilación de datos)*

En la **primera fase** se recabó información general del grupo de alumnos y alumnas de la sección C del octavo grado y de la práctica profesional de la docente colaboradora en la investigación. Tal como se ha explicado anteriormente, se aplicó una entrevista.

La **segunda fase** de la recolección primaria, constituye la parte fundamental del estudio. En esta etapa, se trabajaron sesiones específicas con la docente colaboradora de la investigación y se acompañó como observadores, el desarrollo de guías didácticas, en las que se aplicaron técnicas lúdicas con el grupo de estudiantes.

En las sesiones con la docente colaboradora se desarrollaron los siguientes aspectos:

- a. Elementos básicos sobre la resolución de problemas y Explicación de la guía de trabajo sobre la resolución de problemas. *Ver anexo 1: Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #4)*
- b. Discusión de resultados de la aplicación de la guía sobre resolución de problemas con los alumnos y alumnas y explicación de la concepción de las técnicas lúdicas en la investigación que se realiza. *(Ver anexo 1: Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #5)*

- c. Explicación de la guía para el desarrollo del contenido semejanza de triángulos y la aplicación del método de los cuatro pasos para la resolución de problemas. (Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #6*)
- d. Discusión de resultados del desarrollo de la guía sobre semejanza de triángulos y explicación de la guía para la aplicación de una técnica lúdica en la resolución de problemas sobre triángulos semejantes. (Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #7*)
- e. Discusión de los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulos y explicación de la guía de aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos (Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #10*)
- f. Discusión de resultados del desarrollo de la guía para la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre área de triángulos y aplicación de una prueba escrita a un grupo de estudiantes para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, para la comprensión y resolución de problemas geométricos. (Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #12*)

El equipo investigador observó el desarrollo de las guías didácticas que la maestra colaboradora desarrolló con el grupo de estudiantes. (Ver *Anexo 1: Guías de visitas al Centro Escolar*).

La **tercera fase** de la recolección consistió en la obtención de información que permitiera medir resultados del desarrollo de las técnicas lúdicas en relación a su aporte para la resolución de problemas geométricos referidos a los temas de semejanza y área de triángulos.

## 2.2.4 Procesamiento de la información

Dadas las características de los instrumentos que se utilizaron para la recolección de la información, en las fases I y II del estudio, entrevistas no estructuradas y cuestionarios para la observación de la aplicación de guías didácticas; el tratamiento estadístico de la información recolectada consistió en una síntesis cualitativa de los resultados y en la parte final del estudio, durante la prueba escrita aplicada a la muestra de alumnos y alumnas, se calcularon porcentajes de frecuencia de los resultados. La muestra utilizada para dicha etapa fue de 10 estudiantes seleccionados aleatoriamente del grupo que participó en las fases previas de la investigación. A continuación se presentan los resultados consolidados de dicha prueba:

<b>PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS</b>		
<b>Parte I - Resultados</b>		
<b>PREGUNTAS</b>	<b>Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo</b>	<b>Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará</b>
1. <i>¿De qué se trata el problema que hay que resolver?</i>	5 de 10 estudiantes (50%) expresaron de manera escrita que se trataba de una exploradora que deseaba conocer el ancho del río para poder cruzarlo.	7 de 10 (70%) estudiantes expresaron de manera escrita que trataba sobre la necesidad de cambiar una de las velas de un barco, pero no se sabía si el dinero que se tenía disponible era suficiente para comprar la tela.
2. <i>¿Cuáles son las cantidades que hay en el problema?</i>	El total de estudiantes (100%) identificaron los datos que se necesitaban para resolver el problema propuesto: 9.5 m, 1.5 m y 2.7 m.	8 (80%) estudiantes identificaron los datos que se utilizaban para resolver el problema propuesto: \$ 350, \$6, 7.8 m y 16 m.

**PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS**

**Parte I - Resultados**

<b>PREGUNTAS</b>	<b>Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo</b>	<b>Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará</b>
<p>3. <i>¿De qué manera se puede resolver el problema? ¿Tiene alguna relación con los juegos que se hicieron en la clase? ¿Con cuál? ¿Cuál es la relación?</i></p>	<p>9 estudiantes (90%) expresaron una manera de resolver el problema trazando líneas para formar triángulos semejantes. Los 10 estudiantes (100%) relacionaron los triángulos semejantes que se formaron con el juego "Tiro geométrico" realizado en el aula.</p>	<p>5 estudiantes (50%) expresaron una manera de resolver el problema calculando el área del triángulo formado por la vela 1 estudiante (10%) relacionó la forma triangular de la vela con el problema en el que se formaban cuadrados, utilizando triángulos: "Dime cuantos triángulos y te formo un cuadrado"</p>
<p>4. <i>¿Cómo se puede representar en el dibujo la forma en que se va a resolver el problema?</i></p>	<p>8 estudiantes (80%) trazaron en el dibujo las líneas que permitían resolver .el problema.</p>	<p>1 (10%) estudiante indicó a través de un dibujo la manera de calcular el área de la vela.</p>
<p>5. <i>¿Qué cálculos hay que hacer para resolver el problema?</i></p>	<p>6 de los 10 (60%) estudiantes realizaron los cálculos correctamente.  <math>9.5 : 2.7 :: x : 1.5</math>  <math>x = \frac{(9.5)(1.5)}{2.7} = 5.27m</math></p>	<p>8 de 10 (80%) estudiantes realizaron los cálculos correctamente.  <math>A = bh</math>  <math>A = (7.8)(16) = 62.4m</math>                      Luego:  <math>(62.4m)(\\$6) = \\$374.4</math>                      El dinero que se tiene (\$350), no es suficiente para comprar la tela que se necesita  <math>\\$374.4 - \\$350 = \\$24.4</math></p>

**PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS**

**Parte I - Resultados**

<b>PREGUNTAS</b>	<b>Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo</b>	<b>Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará</b>
		Faltan \$24.4
6. <i>¿Son necesarias todas las cantidades que presenta el problema? Si alguna de ellas falta, ¿se podría resolver el problema?</i>	8 estudiantes (80%) expresaron que todas las cantidades eran necesarias y solo 5 de ellos (50%) expresaron que si faltara una cantidad, no se podría resolver el problema.	8 estudiantes (80%) expresaron que todas las cantidades eran necesarias y solo 5 de ellos (50%) expresaron que si faltara una cantidad, no se podría resolver el problema.
7. <i>¿La respuesta que se encontró es la correcta? ¿Cómo se puede comprobar si es o no, correcta?</i>	8 estudiantes (80%) afirmaron que la respuesta encontrada era la correcta y que para comprobar el resultado se podía borrar cualquiera de las medidas, ya que conociendo la medida de “x” se podía calcular cualquiera de los otros tres términos de la proporción.	4 estudiantes (40%) afirmaron que la respuesta encontrada es la correcta y que la manera de comprobar el resultado era realizar nuevamente los cálculos.
8. <i>¿Se podría resolver de otra manera el problema? ¿De qué manera?</i>	Ningún estudiante (0%) expresó otra manera de resolver el problema.	Ningún estudiante (0%) expresó otra manera de resolver el problema.
9. <i>¿Se podría crear un problema nuevo a partir del problema que se ha resuelto? ¿Cómo podría ser</i>	9 estudiantes (90%) expresaron que el problema puede ser planteado de otra manera. <ul style="list-style-type: none"><li>• Cambiando la posición de las</li></ul>	7 estudiantes (70%) expresaron que el problema puede ser planteado de otra manera.

**PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS**

**Parte I - Resultados**

<b>PREGUNTAS</b>	<b>Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo</b>	<b>Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará</b>
<i>ese nuevo problema?</i>	rocas y las palmeras. <ul style="list-style-type: none"> <li>Podría ser una carrera de carros en la que hay que calcular la distancia entre un carro y otro.</li> <li>Podría ser un buzo que quiere llegar al fondo del mar y no sabe la profundidad del agua.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que la tela sea más barata para que alcance el dinero.</li> <li>Que el barco tenga rotas dos velas y que el precio del m<sup>2</sup> sea menor.</li> </ul>
10. <i>¿Existen pasos para resolver un problema? ¿Cuántos y cuáles son?</i>	10 estudiantes (100%) expresaron que eran 4 pasos, pero solo 7 de ellos (70%) los pudieron enunciar completamente.	10 (100%) estudiantes expresaron que eran 4 pasos, pero solo 7 de ellos (70%) los pudieron enunciar completamente.

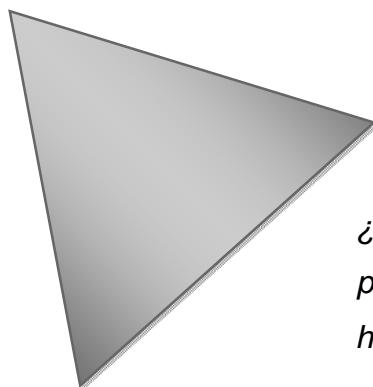
**PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS**

**Parte I – Resultados (continuación)**

Se entregó a cada estudiante un problema nuevo para que lo resolviera de manera individual, se dio un tiempo no mayor de 10 min.

Problema: *Se desea enladrillar una habitación que mide 6.3 m de largo y 4.8 m de ancho. Los ladrillos que se van a utilizar tienen la siguiente forma y medida*

Base: 15.4 cm



Altura: 13.2 cm

*¿Cuántos ladrillos serán necesarios para cubrir todo el piso de la habitación?*

Resultados:

Siete de los diez estudiantes resolvieron el problema satisfactoriamente:

- *Convirtieron las medidas de la habitación a centímetros*
- *Calcularon el área de la habitación = 302,400 cm<sup>2</sup>*
- *Calcularon el área de cada ladrillo = 101.64 cm<sup>2</sup>*
- *Calcularon el número de ladrillos necesarios para la habitación*  
 $302,400 / 101.64 = 2975.2$  ladrillos

## **PRUEBA ESCRITA PARA ALUMNAS Y ALUMNOS**

### **Parte II – Resultados**

Se pidió a los y las estudiantes que contestaran por escrito las siguientes preguntas según su experiencia en el centro escolar durante este año y los años anteriores.

- 1. ¿Recuerdan haber resuelto problemas de geometría anteriormente, utilizando el método de los cuatro pasos?**

7 estudiantes (70%) respondieron que no recordaban haber resuelto problemas de geometría, utilizando los cuatro pasos.

- 2. ¿Creen que los juegos que se han realizado en el aula les ayudan a**

### **entender mejor los contenidos de semejanza y área de triángulos?**

Los 10 estudiantes (100%) respondieron que los juegos si les han ayudado a comprender los contenidos de semejanza y área de triángulos.

#### **¿Por qué?**

- 8 estudiantes (80%) expresaron que los juegos son una manera divertida y entretenida que les ayuda a aprender
- 2 estudiantes (20%) expresaron que al mismo tiempo que se juega, se aprende

### **3. ¿Conocían los juegos que se han realizado en el aula sobre el contenido de semejanza y área de triángulos?**

Los 10 estudiantes (100%) expresaron que no conocían los juegos que se realizaron en la clase.

### **4. ¿Les gustaría seguir realizando juegos en el aula para luego resolver problemas geométricos?**

Los 10 estudiantes (100%) afirmaron que les gustaría seguir realizando juegos que les ayuden a resolver problemas geométricos.

#### **¿Por qué?**

- 5 estudiantes (50%) mencionaron que los juegos les ayudan a aprender, les entretiene y ayuda a comprender mejor los problemas.
- 1 estudiante (10%) mencionó que los juegos hacen la asignatura menos aburrida.
- 2 estudiantes (20%) mencionaron que los juegos les ayudan a comprender mejor los triángulos y su semejanza.
- 2 estudiantes (20%) mencionaron que con los juegos la asignatura es entretenida.

### **2.2.5 Análisis de la información**

**Fase I: Recolección de información general del grupo de alumnos y alumnas y de la experiencia docente de la maestra responsable, en relación con el objeto de estudio.**

#### **a. Sobre el grupo de alumnas y alumnos de la sección C del octavo grado**

- Es un grupo desigual en cuanto al número de mujeres y hombres. El número de hombres es el doble que el número de mujeres. La mayoría de estudiantes provienen de familias de escasos recursos económicos y de zonas urbanas de los alrededores del municipio de Tonocatepeque que son los lugares más conflictivos por sus niveles de delincuencia e inseguridad.
- Según los lineamientos del Ministerio de Educación, la edad promedio del grupo lo ubica en la categoría de “sobre-edad”, es decir que la mayoría de los estudiantes supera los 14 años de edad.
- El nivel de repitencia y la deserción. Es decir el número de estudiantes que están repitiendo el octavo grado y la cantidad que este año ha abandonado sus estudios respectivamente, son muy bajos. Para este son del 8% y del 5% respectivamente.
- Algunos de los alumnos y alumnas realizan algún tipo de trabajo informal ya sea en sus casas o en algún pequeño negocio familiar.

#### **b. Sobre la experiencia docente de la maestra responsable de la sección**

- La docente no posee formación específica en el área de matemática. Su formación universitaria es en el área de química.
- Cuenta con 18 años de experiencia docente, de los cuales 16 corresponden a su tiempo de trabajo en el Centro Escolar “Profesor Emilio Urrutia López”, en donde ha impartido la asignatura de matemática en el tercer ciclo de educación básica durante los últimos 8 años.
- El número de horas clase de la asignatura de matemática que imparte semanalmente en la institución es de 25, atendiendo 5 secciones, dos del séptimo grado, dos de octavo y una de noveno grado.

### **c. Sobre la experiencia docente con la asignatura de matemática**

- La maestra expresa que los y las estudiantes presentan dificultades aritméticas que limitan el desarrollo de otros temas de la asignatura de matemática que corresponden al tercer ciclo de educación básica.
- A pesar de que la maestra expresa que los y las estudiantes sienten gusto por la geometría, afirma que presentan dificultades en el cálculo de ángulos y áreas y en la comprensión de la semejanza de triángulos y su aplicación en la resolución de problemas geométricos.
- La maestra está utilizando el nuevo Programa Educativo del Ministerio de Educación para elaborar su Planificación Anual y sus Guiones de Clase. Sin embargo afirma que no fue capacitada sobre la aplicación del enfoque de resolución de problemas ni el desarrollo de las tres competencias matemáticas que están planteadas en los programas (Razonamiento Lógico Matemático, Comunicación con Lenguaje Matemático y Aplicación de la Matemática al Entorno)
- Dado lo anterior, la maestra aplica de manera intuitiva lo que entiende por el enfoque de resolución de problemas y el desarrollo de competencias.
- En cuanto al uso de las técnicas lúdicas, la maestra afirma desconocer esos recursos metodológicos y al mismo tiempo expresa interés por aprender a utilizarlos ya que cree que pueden ayudar a hacer más accesible el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

### **Fase II: Observación del desarrollo de las guías didácticas sobre la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos y obtención de información sobre los resultados de las mismas.**

Esta fase inició con una sesión de trabajo con la docente responsable del grupo de alumnos y alumnas del octavo grado sección C, en dicha actividad se le explicó a la maestra la concepción de problema matemático y su diferencia con los ejercicios matemáticos, luego se abordó el método de los cuatro pasos para la

resolución de problemas planteado por George Polya el cual sería usado para la resolución de problemas.

Posteriormente se discutió con la maestra responsable de la sección, la propuesta de guía metodológica para el desarrollo de un tema introductorio con el grupo de estudiantes, la resolución de problemas. Dicha actividad se realizó a través de un juego de tarjetas, que consistía en encontrar una estrategia ganadora, aplicando los cuatro pasos del método de Polya. Seguidamente se proporcionó a los alumnos y alumnas problemas en los cuales tendrían que hacer uso del método de los cuatro pasos. Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #4.*

**a. Sobre los resultados de la aplicación de la guía para la aplicación del Método para la resolución de problemas**

- La maestra afirma que el juego de las tarjetas que se planteó a los alumnos y las alumnas, fue comprendido por el grupo y al menos uno de los equipos de trabajo que se formaron fue capaz de encontrar de manera intuitiva una estrategia ganadora. Posteriormente la maestra explicó el método de los cuatro pasos de Polya y los aplicó al juego de las tarjetas. Lo anterior hizo posible que dos equipos más de estudiantes, encontrarán la solución del juego. La maestra expresó que una parte de las alumnas y los alumnos pudieron intuir los pasos del método, aun sin conocerlo.
- Posteriormente se aplicó el método de los cuatro pasos a la resolución de tres problemas propuestos, según las especificaciones de la guía de trabajo. De acuerdo a la maestra el grupo de estudiantes pudo aplicar el método a los problemas, y mencionó que hubo alguna dificultad en el tercer problema que era sobre el cálculo de volúmenes.
- La maestra valoró de manera positiva el desarrollo de la guía de trabajo con el grupo de estudiantes ya que *“...permite a los jóvenes a expresarse y además seguir una guía para poder enfrentar cualquier problema ya sea este matemático o de su vida cotidiana”*.

De la experiencia de aplicación de la guía se puede concluir que aunque la mayoría de equipos pudo resolver los problemas propuestos sin detallar cada uno de los pasos del método de Polya sí fue posible que los alumnos y alumnas identificarán los pasos del método en forma verbal, la práctica de aplicación del método lo demostró ya que la mayoría de estudiantes pudo resolver los problemas.

**b. Sobre los resultados de la aplicación de la guía sobre el contenido de la Semejanza de triángulos y resolución de problemas aplicando el método de los cuatro pasos.**

Se discutió con la maestra responsable de la sección el desarrollo de la segunda guía didáctica con el grupo de estudiantes. Dicha guía consta de dos partes: el desarrollo del contenido de semejanza de triángulos y la aplicación del método para la resolución de problemas aplicado a problemas específicos sobre la semejanza de triángulos. *Ver anexo 1: Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #6.*

- Según lo expresado por la maestra fue posible que los alumnos y alumnas comprendieran el concepto de semejanza de triángulos. En cuanto a la comprensión de los criterios de semejanza de triángulos la maestra afirma que hubo dificultad en el tercero de dichos criterios (*Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual*). En lo que respecta a la aplicación de los criterios de semejanza a un problema específico la maestra expresó que fue posible que una parte de los alumnos y alumnas relacionaran uno de los criterios con la situación planteada utilizando los cuatro pasos del método de Polya. En general la maestra valoró de manera muy positiva el desarrollo de la guía.

**c. Sobre los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre triángulos semejantes.**

Se discutió con la maestra responsable de la sección el desarrollo de la tercera guía didáctica con el grupo de estudiantes. En dicha guía se planteó el desarrollo de una técnica lúdica: “*Tiro geométrico*” la cual fue desarrollada en grupos de trabajo, luego se plantearon dos problemas sobre el tema de semejanza de triángulos para ser resueltos por los estudiantes. Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #7.*

- Según lo expresado por la maestra los alumnos y alumnas comprendieron el juego “*Tiro geométrico*” y se mostraron interesados en dicha actividad “*Si, yo observe que lo agarraron muy en serio y ese juego lo entendieron muy bien y si lo hacían porque incluso ellos preguntaban: y si yo perdí, entonces ¿a mí me toca hacer los cálculos?, ellos estaban claros en ese juego y si lo aplicaron, esa parte es la que más me gustó*”.
- La maestra afirmó que los estudiantes aplicaron los elementos del juego en la resolución de los problemas propuestos “*ellos planteaban y visualizaban los triángulos (...) fue fácil para muchos encontrar esas semejanzas del juego que acababan de realizar con el problema que tenían planteado, entonces al observar las figuras, llegaron a la conclusión que existía relación entre el juego que acababan de terminar y los problemas que estaban resolviendo en ese momento*”.

De la experiencia de aplicación de la técnica lúdica se puede establecer que dicha técnica favoreció el trabajo posterior de los estudiantes en la resolución de dos problemas específicos. Tanto la maestra colaboradora como el equipo investigador pudieron constatar que los alumnos y las alumnas identificaron la manera de ubicar triángulos semejantes para la resolución de los problemas.

**d. Sobre los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre área de triángulos.**

Se discutió con la maestra responsable de la sección el desarrollo de la cuarta guía didáctica con el grupo de estudiantes. Se discutió con la maestra colaboradora el desarrollo de una guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para el tema de área de triángulos “*Dime cuantos triángulos y te formo un cuadrado*” y luego se plantearon problemas de aplicación para el cálculo de áreas de triángulos. Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #10*

- Luego del desarrollo de la guía con el grupo de estudiantes, la maestra colaboradora expresó que los alumnos y alumnas relacionaron el área del triángulo con el área del rectángulo, lo cual era uno de los aprendizajes esperados con la guía.
- Según la maestra colaboradora los estudiantes mostraron interés en el juego planteado “...*algunos manifestaron que hasta entonces habían entendido lo que era el cálculo del área, incluso hasta la semejanza de triángulos. Escuché a una niña que dijo: ¡al fin entendí esto! (...) para mí fue un éxito que los jóvenes se interesaran (...) porque a medida que se les iba incrementando el número de triángulos, de áreas que tenían que sumar, también las dificultades iban incrementando pero también ellos tenían la forma de cómo hacer la sumatoria, incluso hacer la figura para llegar a la respuesta requerida, pienso que si fue interesante.*”
- En cuanto a la resolución de los problemas planteados sobre el área de triángulos la maestra expresó que los alumnos pudieron relacionar el juego realizado con la resolución de los problemas planteados la mayoría de ellos lo hizo aplicando el método de los 4 pasos explicado en sesiones anteriores.

Los resultados de la aplicación de la guía permiten establecer que la técnica lúdica propició que los y las estudiantes elaboraran una estrategia para la resolución de los problemas propuestos; aplicando el esquema de los cuatro pasos explicado

anteriormente. En el paso 4 de este método de Polya, algunos estudiantes replantearon los problemas con nuevas condiciones.

### **Fase III: Obtención de información que permita medir resultados de la aplicación de técnicas lúdicas en relación a su aporte en la resolución de problemas geométricos.**

Esta fase se constituye en la parte concluyente del estudio. Luego de haber aplicado las técnicas lúdicas con el grupo de estudiantes, se constató si eso había contribuido al desarrollo de la habilidad geométrica para la resolución de problemas.

Con el apoyo de la docente colaboradora del estudio, se escogió al azar una muestra de 10 estudiantes, con la condición de haber estado presentes en las fases anteriores del estudio. Con dicho grupo se aplicó una prueba escrita que ha sido descrita en los apartados anteriores así como sus resultados cuantitativos.

La fase tres finalizó con la aplicación de una entrevista no estructurada con la docente colaboradora del grupo. La valoración de la docente es de suma importancia para el estudio, ya que es ella quien acompaña al grupo y tiene más criterios para juzgar a avances en el grupo en lo relacionado con sus habilidades para la resolución de problemas geométricos.

#### **a. Sobre los resultados de la aplicación de la prueba escrita con la muestra de estudiantes.**

##### **Análisis de los resultados de la primera parte de la prueba escrita**

- No todos los estudiantes pudieron expresar de manera escrita y con claridad una descripción de la situación problemática que se les presentó. En promedio solo lo hicieron el 60%. Eso da lugar a inferir que

las técnicas aplicadas no propiciaron un completo desarrollo de este componente de sus habilidades para la resolución de problemas.

- El 90% de los estudiantes de la muestra, identificaron con claridad las cantidades de los problemas que se les presentó. Este es un indicador que permite establecer la presencia de la capacidad para identificar las cantidades presentes en una situación problemática.
- El 65% de los y las estudiantes relacionaron los problemas que se les presentaron con los juegos realizados en las sesiones anteriores. (“*Tiro geométrico*” y “*Dime cuantos triángulos y te formo un cuadrado*”) lo cual sugiere que los juegos aplicados fueron significativos para los y las estudiantes, ya que los relacionaron con nuevas situaciones problemáticas que se les presentaron.
- El 70% de los estudiantes estableció un camino para la resolución de los problemas presentados, el 40% lo expresó de manera gráfica. Lo anterior da pautas para establecer la presencia en algunos estudiantes, de la habilidad relacionada con la creación de un plan de solución, planteado en la propuesta de G. Polya.
- El 70% de los estudiantes realizó los cálculos correctos para la resolución de los problemas y el 60% argumentó la validez de la respuesta. Lo anterior expresa la presencia en una parte de los estudiantes de la habilidad para corroborar los resultados de la resolución de un problema.
- El 80% de los estudiantes, expresaron que sí era posible formular los problemas de otra forma. Ese resultado permite establecer la presencia en la mayoría de los y las estudiantes de la capacidad para recrear los problemas y re-plantearlos de otra manera sin alterar el contenido de la situación presentada.
- El 100% de los estudiantes, recordaron la existencia de un método para la resolución de problemas y que el mismo constaba de cuatro pasos, el 70% enunció los pasos del método de manera correcta. Este resultado es muy positivo, ya que permite establecer que la explicación y

aplicación del método en las sesiones anteriores fue significativo para los y las estudiantes.

- El 70% de los y las estudiantes resolvieron satisfactoriamente el problema que se les propuso al final de la prueba escrita.

### **Análisis de los resultados de la segunda parte de la prueba escrita**

- La mayoría de los estudiantes de la muestra seleccionada dijo no haber utilizado juegos geométricos durante su formación académica en años anteriores.
- El 100% dijo no conocer los juegos utilizados en las sesiones y valoró como positivos los juegos geométricos utilizados.
- El 100% expresó su interés en continuar utilizando juegos geométricos en su formación matemática.

De estos tres resultados anteriores puede establecerse que las técnicas lúdicas utilizadas con el grupo de estudiantes han tenido resultados positivos. Ellos y ellas las valoran de manera positiva. Dado que para la mayoría de estudiantes el uso de las técnicas lúdicas era algo nuevo puede en este caso, establecerse que un resultado directo del estudio es la constatación en el campo de que la aplicación de técnicas lúdicas favorece la motivación y el interés en los alumnos y alumnas a la hora de abordar los temas relacionados con la resolución de problemas geométricos.

### **b. Sobre los resultados de la entrevista con la docente colaboradora del estudio**

- La docente colaboradora del estudio expresó que la aplicación de las técnicas lúdicas aportan de forma positiva a la resolución de los problemas geométricos: *“...es un gran aporte, se pudo observar que gracias a ellos los jóvenes tuvieron las ideas necesarias para poder solventar los problemas, porque ellos tomaban en cuenta lo que acababan de hacer en los juegos para poder solucionar los problemas (...)*les da una mayor claridad, mayor

*seguridad, entienden mejor lo que van a hacer y tienen una mejor idea para hacer el planteamiento del problema antes de desarrollarlo*". La opinión de la docente colaboradora es de suma importancia para los resultados del estudio, ya que es ella quien conoce las características del grupo de estudiantes, y además fue ella quien aplicó las guías didácticas.

- La docente afirmó que percibió mayor seguridad en sus estudiantes a la hora de resolver los problemas geométricos: *"...ellos hacen suyo el conocimiento en ese momento, ellos no están en lo que el profesor dice, ellos están en lo que ellos han hecho, además de la inducción que les ha dado el maestro, ellos se sienten más seguros porque ellos lo han hecho, ellos ya lo han puesto en práctica por consiguiente ya tienen los conocimientos previos como para afrontar el problema que se le está solicitando que resuelvan."* La opinión de la docente permite entonces inferir que las técnicas lúdicas utilizadas favorecieron la manera en que los estudiantes afrontaron los problemas geométricos que se les propuso.
- Entre los aportes que la docente destaca de las técnicas lúdicas están: *"...el estudiante a través de las técnicas lúdicas, tienen una mayor percepción de los elementos del problema, la seguridad que ellos adquieren a través del juego la reflejan en el momento de resolver el problema... La destreza mental de los jóvenes, porque les ayuda a hacer la mente más ágil, porque el hecho de que haya una competencia, que habrá un equipo ganador, les motiva inconscientemente a que se esfuercen y traten la manera de ser los primeros"*. La docente valoró positivamente los aportes de las técnicas lúdicas utilizadas, y destacó el desarrollo de capacidades relacionadas con las habilidades geométricas para la resolución de problemas como son: mejor percepción del problema, seguridad al resolver, destreza mental.
- Sobre los recursos utilizados en la aplicación de las técnicas lúdicas, la docente opinó: *"...los recursos que están a disposición de él, eso le ayuda grandemente porque ya no es lo mismo decir que el triángulo tiene un área de 12.5 cm a que ellos estén observando plenamente, midiendo y sacando el área. Los recursos con los que se cuenta en el momento también influye*

*en ello y eso ayuda a que ellos se esmeren, se pudo observar que la mayoría de jóvenes trató de trabajar”.*

- La docente afirmó percibir un cambio en la participación de los estudiantes en la asignatura de matemática: *“Se vieron más interesados, a pesar de que son un grupo problemático, pero han cambiado porque se ha visto que han cooperado, que se han integrado, se respetaron mutuamente, han permitido que todos participen en la clase, eso también les ha dado seguridad a ellos. Este día hice una retroalimentación ya que se acercan los exámenes y jóvenes que antes no participaban, ellos dijeron señó yo le doy las reglas, esto es así. Si han cambiado su forma de actuar dentro del grado”.* Esta opinión de la docente es de suma importancia ya que, producto del conocimiento que ella tiene del grupo, es la persona idónea para identificar cambios en la manera en que los jóvenes se enfrentan a la resolución de problemas.
- Sobre la utilidad de las técnicas lúdicas la docente opinó: *“...les hace más fácil la comprensión del tema ya que los resuelven no en una forma tradicional sino que lo hacen jugando o sea que aprenden jugando. También se les quita el miedo de resolver problemas por que cuando ellos ven los problemas suelen tener cierto miedo, mientras que con los juegos estaban resolviendo problemas casi sin darse cuenta.”* La anterior opinión de la docente deja ver que valora de manera positiva la utilidad de las técnicas lúdicas que se aplicaron con el grupo de estudiantes, eso permite establecer una relación en cuanto al aporte de las técnicas lúdicas para la comprensión y resolución de problemas geométricos.
- Sobre la factibilidad de utilizar las técnicas lúdicas como parte del trabajo didáctico diario, la docente opinó: *“Algunos maestros conocemos algunas técnicas lúdicas pero no la aplicamos porque no se tiene el tiempo para prepararlas. Otro de los inconvenientes es la falta de recursos, ya que no tenemos a la disposición por ejemplo cartulina de colores y muchas veces tiene que ser gasto de nosotros los maestros o de los estudiantes. Además se debe tener tiempo en el aula para que todo se solucione perfectamente.*

La docente destaca la importancia del uso de las técnicas lúdicas pero reconoce que el utilizarlas implica un trabajo de preparación el cual exige tiempo, en opinión de la docente, los maestros y maestras no disponen de tiempo para preparar ese tipo de recursos. Otra dificultad que señala la docente es la falta de recursos. A juicio del equipo investigador, el estudio demostró que es posible aplicar las técnicas lúdicas utilizando recursos accesibles. El tiempo de los docentes es limitado pero podría ser parte misma del proceso de planificación, el dedicar una parte de ese período al diseño y elaboración de materiales que formen parte de técnicas lúdicas como las que en este estudio se implementaron.

## 2.3 Formulación teórico-metodológica de lo investigado

### 2.3.1 Componentes de la metodología utilizada

El procedimiento utilizado para la realización del presente estudio consta de 4 etapas:

1. **Investigación documental:** esta etapa fue de recopilación documental, lecturas, selección de autores a estudiar, elaboración de fichas bibliográficas y de resumen según el sujeto y el objeto del estudio.
2. **Elaboración del Marco Conceptual:** Esta etapa consistió en la elaboración teórica que sustentaría la investigación. Objetivos, antecedentes, justificación, planteamiento del problema, alcances y limitaciones.
3. **Elaboración del Marco Teórico:** Esta etapa de la investigación, se concreta con el trabajo de recolección de información en el campo ya que también incluye el marco empírico. En este apartado se elaboró una monografía sobre el Centro Escolar y el municipio al cual pertenece, una fundamentación teórico metodológica del sujeto y el objeto del estudio. Este apartado detalla los instrumentos utilizados para la recolección de la información, el proceso de levantamiento de la información, su procesamiento y análisis, posteriormente se presenta una formulación teórica-metodológica de lo investigado que pretende establecer la comprobación y pertinencia, si la hay, entre la teoría y lo encontrado en el campo. El Marco teórico finaliza con la definición teórica producto de la contraposición de autores y de los resultados de la investigación en el campo, dando respuesta al planteamiento del problema expuesto en el marco conceptual
4. **Elaboración del Marco Operativo:** Esta etapa resume el procedimiento del estudio, detalla los sujetos de la investigación y expone los procedimientos seguidos para la recolección y procesamiento de la

información, cronogramas, listado de recursos, cambios realizados en el desarrollo del estudio.

La recolección de información en el campo se realizó en contacto directo con la realidad, se utilizaron entrevistas, cuestionarios y pruebas objetivas para la recolección de la información. Además se llevó un registro fotográfico y de audio de los resultados obtenidos. La recolección de información en el campo tuvo las siguientes fases:

<b>Fases para la recolección de información primaria</b>	
<b>Fase 1</b>	Recolección de información general del grupo de alumnos y alumnas y de la experiencia docente de la maestra responsable, en relación con el objeto de estudio.
<b>Fase 2</b>	Observación del desarrollo de las guías didácticas sobre la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos
	Obtención de información sobre los resultados del desarrollo de guías didácticas
<b>Fase 3</b>	Obtención de información que permita medir resultados de la aplicación de técnicas lúdicas en relación a su aporte en la resolución de problemas geométricos.

### **2.3.2 Contraposición de elementos conceptuales con el fenómeno observado en el campo**

#### ***Las técnicas lúdicas y su aporte a los procesos de enseñanza - aprendizaje***

En la fundamentación teórico metodológica se planteó la concepción de las técnicas lúdicas como procedimientos didácticos orientados al logro de objetivos a través de actividades relacionadas con el juego (Corbalán, 1994). El presente estudio ha diseñado y aplicado técnicas lúdicas, orientadas a lograr la comprensión y resolución de problemas geométricos. Según los resultados presentados en el apartado de análisis de la información de este estudio, se puede establecer que la definición conceptual de las técnicas lúdicas es pertinente con los hallazgos realizados en el estudio de campo. Las técnicas lúdicas aplicadas se diseñaron como procedimientos metodológicos orientados al logro de objetivos específicos.

Sobre las utilidades de los elementos lúdicos en el aula, los autores abordados plantearon que los juegos sirven para motivar las clases, hacerlas amenas, activas y dinámicas (Universidad de Trujillo, 2008). Los resultados del presente estudio confirman esas potencialidades de las técnicas lúdicas, las valoraciones de la docente responsable de la sección de alumnos y alumnas con las que se trabajó afirman que las técnicas lúdicas utilizadas poseen esas ventajas.

Según la información encontrada en la investigación de campo, el grupo de alumnos y alumnas tenía las siguientes características.

- La maestra expresa que los y las estudiantes presentan dificultades aritméticas que limitan el desarrollo de otros temas de la asignatura de matemática que corresponden al tercer ciclo de educación básica.

- A pesar de que la maestra expresa que los y las estudiantes sienten gusto por la geometría, afirma que presentan dificultades en el cálculo de ángulos y áreas y en la comprensión de la semejanza de triángulos y su aplicación en la resolución de problemas geométricos.
- La maestra está utilizando el nuevo Programa Educativo del Ministerio de Educación para elaborar su Planificación Anual y sus Guiones de Clase. Sin embargo afirma que no fue capacitada sobre la aplicación del enfoque de resolución de problemas ni el desarrollo de las tres competencias matemáticas que están planteadas en los programas (Razonamiento Lógico Matemático, Comunicación con Lenguaje Matemático y Aplicación de la Matemática al Entorno)
- Dado lo anterior, la maestra aplica de manera intuitiva lo que entiende por el enfoque de resolución de problemas y el desarrollo de competencias.
- En cuanto al uso de las técnicas lúdicas, la maestra afirma desconocer esos recursos metodológicos y al mismo tiempo expresa interés por aprender a utilizarlos ya que cree que pueden ayudar a hacer más accesible el aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Luego de la aplicación de las técnicas lúdicas se obtuvieron los siguientes resultados, según la experiencia de la maestra

- Posteriormente a la aplicación del método de los cuatro pasos de Polya a la resolución de tres problemas propuestos, según las especificaciones de la guía de trabajo, de acuerdo a la maestra el grupo de estudiantes pudo aplicar el método a los problemas, y mencionó que hubo alguna dificultad en el tercer problema que era sobre el cálculo de volúmenes. La maestra valoró de manera positiva el desarrollo de la guía de trabajo con el grupo de estudiantes ya que *“...permite a los jóvenes a expresarse y además seguir*

*una guía para poder enfrentar cualquier problema ya sea este matemático o de su vida cotidiana*". (Entrevista del 18 de agosto de 2010)

- Sobre los resultados de la aplicación una técnica lúdica para el cálculo de áreas de triángulos la maestra expresó: *"algunos manifestaron que hasta entonces habían entendido lo que era el cálculo del área, incluso hasta la semejanza de triángulos. Escuche a una niña que dijo: al fin entendí esto. Si fue factible a través de la manipulación de los triángulos para ver como se acomodaban para formar la figura solicitada, el ingenio para llegar a la operación y llegar al área requerida, fue una estimulación bastante fuerte para ellos, pero que la misma presión que tenían por ser el equipo ganador, pues los motivaba a ver de qué manera llegaban a la respuesta.* (Entrevista #12)
  
- Sobre las valoraciones que hace la maestra de los aportes de las técnicas lúdicas:
  - *"Por supuesto que es un gran aporte, se pudo observar que gracias a ellos los jóvenes tuvieron las ideas necesarias para poder solventar los problemas, porque ellos tomaban en cuenta lo que acababan de hacer en los juegos para poder solucionar los problemas y eso se pudo observar en los diferentes problemas que se les plantearon y sí es necesario practicas lúdicas antes de resolver los problemas porque les da una mayor claridad, mayor seguridad, entienden mejor lo que van a hacer y tienen una mejor idea para hacer el planteamiento del problema antes de desarrollarlo*". (Entrevista #12)
  - *"el estudiante a través de las técnicas lúdicas, tienen una mayor percepción de los elementos del problema, la seguridad que ellos adquieren a través del juego la reflejan en el momento de resolver el problema*". (Entrevista #12)

- *“Ellos hacen suyo el conocimiento en ese momento, ellos no están en lo que el profesor dice, ellos están en lo que ellos han hecho, además de la inducción que les ha dado el maestro, ellos se sienten más seguros porque ellos lo han hecho, ellos ya lo han puesto en práctica por consiguiente ya tienen los conocimientos previos como para afrontar el problema que se le está solicitando que resuelvan”. (Entrevista #12)*
- *“Se vieron más interesados, a pesar de que son un grupo problemático, pero han cambiado porque se ha visto que han cooperado, que se han integrado, se respetaron mutuamente, han permitido que todos participen en la clase, eso también les ha dado seguridad a ellos. Este día hice una retroalimentación ya que se acercan los exámenes y jóvenes que antes no participaban, ellos dijeron señor yo le doy las reglas, esto es así. Si han cambiado su forma de actuar dentro del grado”. (Entrevista #12)*
- *Se les hace más fácil la comprensión del tema ya que los resuelven no en una forma tradicional sino que lo hacen jugando o sea que aprenden jugando. También se les quita el miedo de resolver problemas por que cuando ellos ven los problemas suelen tener cierto miedo, mientras que con los juegos estaban resolviendo problemas casi sin darse cuenta. (Entrevista #12)*

### **2.3.3 Aporte del equipo investigador**

Como parte de los resultados del presente estudio se destaca el aporte que el equipo investigador hizo en el diseño de instrumentos y recursos metodológicos para el desarrollo del trabajo de investigación.

#### ***Diseño de guías metodológicas***

Para el desarrollo del trabajo de investigación se diseñaron las siguientes guías metodológicas para ser desarrolladas por parte de la maestra colaboradora con su grupo de estudiantes de octavo grado sección C.

- **Guía metodológica sobre resolución de problemas** (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 11 - 16*).
- **Guía metodológica para el desarrollo del contenido de semejanza de triángulos y la aplicación del método de los cuatro pasos para la resolución de problemas** (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 23 - 32*).
- **Guía metodológica para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulos aplicando una técnica lúdica** (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 34 - 44*).
- **Guía metodológica para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos aplicando una técnica lúdica** (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 48 - 52*).

Las guías metodológicas fueron creadas como instrumentos para el desarrollo del trabajo de investigación, sin embargo son en sí un recurso metodológico que puede ser utilizado para desarrollar los temas de resolución de problemas, semejanza de triángulos y áreas de triángulos con otros grupos de estudiantes. Dichas guías fueron al mismo tiempo validadas por la maestra, eso agrega un valor adicional al aporte del equipo investigador.

## ***Diseño de dos técnicas lúdicas***

La presente investigación aborda la aplicación de técnicas lúdicas para el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas relacionados con dos temas específicos de la geometría, la semejanza de triángulos y el área de triángulos. Luego de hacer la recopilación bibliográfica, no fue posible encontrar técnicas lúdicas que se adecuaron de manera satisfactoria a esos requerimientos de la investigación. Fue así que el equipo investigador diseñó las dos técnicas lúdicas que se utilizaron en el presente trabajo.

- **Tiro geométrico.** Esta técnica se diseñó para la creación de una situación lúdica en la que se aplicara el concepto de semejanza de triángulos. La técnica se realiza en parejas y únicamente necesita de la copia del tablero de juego, regla y lápiz para cada jugador. El objetivo del juego es acumular cinco puntos antes que la pareja contraria, por medio de líneas rectas (tiros) que deben pasar siempre por el centro del tablero y aciertan en la posición de la pareja contraria. (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 42*).
- **Dime cuántos triángulos y te formo un cuadrado.** Esta técnica se diseñó para la aplicación del concepto de área de un triángulo. El juego se desarrolla en parejas que trabajan juntas para obtener puntos. El objetivo del juego es ganar puntos en el menor tiempo posible, formando figuras cuadradas de un área determinada, utilizando el número de triángulos que la persona que dirige el juego indique. (Ver anexo 1: *Guías de visita al Centro Escolar. Pág. 51*).

Las técnicas lúdicas anteriores también fueron validadas por la maestra colaboradora en el estudio. Se trata de un aporte adicional que el estudio presenta y que al mismo se constituye en un recurso didáctico que a través del presente trabajo está a disposición de personas interesadas en la investigación sobre estos temas.

### **2.3.4 Comprobación o pertinencia de la teoría sustentada con la realidad**

#### **Las técnicas lúdicas y la resolución de problemas**

Las habilidades geométricas fueron clasificadas (A. Hoffer, citado por Aliendro, 2005) de la siguiente manera:

- Habilidades visuales
- Habilidades para dibujar y construir
- Habilidades de comunicación
- Habilidades de pensamiento lógico
- Habilidades de resolución de problemas

En cuanto a la resolución de problemas el mismo autor plantea las siguientes sub-habilidades:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- Anticipar estrategias posibles de solución, antes de ejecutarlas.
- Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
- Identificar los recursos (tiempo, instrumentos, etc.) en orden a resolver un problema dado.
- Evaluar la razonabilidad de los resultados y su significatividad en la situación problemática dada.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.
- Advertir la limitación de los modelos empleados.
- Utilizar los resultados de la reflexión para retomar el problema y generar nuevas preguntas.
- Reconocer el valor del razonamiento y la prueba como partes esenciales de la matemática.

Autores como G. Polya, proponen un método más sintético de cuatro pasos:

- Comprensión del problema
- Concepción de un plan
- Ejecución del plan
- Visión retrospectiva

El presente estudio utilizó el esquema de los cuatro pasos de Polya, por considerarlo más específico que otros que presentan mayor detalle. Los resultados obtenidos permiten establecer que el método es funcional y aplicable. Los estudiantes que lo utilizaron pudieron recordar sus etapas y aplicarlo a la resolución de problemas.

Santiago Barderas plantea un cambio en el enfoque de la enseñanza-aprendizaje de la asignatura, presenta un enfoque basado en la resolución de problemas, sin embargo a la hora de plantear un “método” o una propuesta de pasos para la resolución de problemas Barderas menciona una extensa serie de pasos que se vuelve poco práctica a la hora de aplicarlos en los procesos de resolución de problemas.

## **2.4 Desarrollo y definición teórica**

### **2.4.1 Alcances del objeto de estudio**

El objetivo del presente estudio es identificar los alcances de la aplicación de las técnicas lúdicas para la resolución y la comprensión de problemas geométricos (objeto de estudio). Al finalizar la etapa de recolección, procesamiento y análisis de los resultados se obtienen las siguientes consideraciones:

- a. La investigación se limitó a un grupo de estudiantes de una sección específica de un centro escolar de San Salvador. Los resultados obtenidos por tanto no pueden generalizarse, sin embargo dan una idea concreta de los resultados de la aplicación de las técnicas lúdicas en un contexto delimitado específico.
- b. La aplicación se hizo durante un período de tiempo corto. Las características del estudio, no permiten acompañar al grupo de estudiantes durante un ciclo completo de su formación. Por lo anterior los resultados son limitados, pero permiten al mismo tiempo, centrar la atención en un espacio de tiempo determinado. Es claro que para obtener resultados más concluyentes habría que desarrollar un estudio de largo plazo que permita dar seguimiento al desempeño de los y las estudiantes durante un mayor tiempo.
- c. La aplicación de las técnicas lúdicas, se limitó a dos técnicas, relacionadas con dos temas específicos: La semejanza de triángulos y el cálculo de áreas de triángulos.
- d. Los resultados que se han obtenido están en función de la aplicación de algunos instrumentos de medición, a pesar de que se ha hecho un esfuerzo por obtener valoraciones en sentido coherente con los

resultados, no se escapa a la posibilidad de que los resultados estén influidos por factores que no pudieron ser controlados durante la aplicación de los instrumentos de recolección de información.

- e. Si bien se trata de un estudio limitado sus resultados son significativos en el sentido que es su especificidad la que le da un cierto grado de confiabilidad que permita extrapolar a otros contextos educativos, algunas de sus conclusiones finales.

#### ***2.4.2 Las técnicas lúdicas y el desarrollo de habilidades cognitivas***

Uno de los objetivos de este estudio hace referencia a la manera en que la aplicación de las técnicas lúdicas influyen en el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas con el aprendizaje de la geometría. Luego de aplicar las técnicas que se han descrito en el presente trabajo y de obtener las valoraciones de la docente colaboradora en el estudio pueden obtenerse las siguientes consideraciones sobre ese aspecto.

- a. Los alumnos y alumnas demostraron tener la capacidad para comprender imágenes o representaciones visuales externas, que pudieron manipular para obtener información. Esto se pudo constatar en la aplicación de las técnicas lúdicas que utilizaron esquemas gráficos. Los alumnos y alumnas manipularon las representaciones con facilidad. Una de las habilidades cognitivas relacionadas con el aprendizaje de la geometría es la habilidad visual. Las dos técnicas utilizadas favorecieron su desarrollo.
- b. Otra de las habilidades cognitivas relacionadas con la geometría es la de dibujo y construcción. Una de las técnicas aplicadas implicaba la construcción de un polígono regular a partir de varias sub-áreas las cuales debían

manipularse para construir el polígono requerido, para luego calcular el área total. Esta técnica estimuló la habilidad de construcción en los estudiantes.

- c. El desarrollo de capacidades de escucha, localización, lectura, interpretación, denominación, definición y de dar información geométrica, están relacionadas con la habilidad de comunicación que es otra de las habilidades cognitivas vinculadas con la geometría. Las técnicas lúdicas en general, por su naturaleza implican la interacción con otras personas y la necesaria comunicación de las ideas y las soluciones a las situaciones que se presentan. En el caso de este estudio, una de las técnicas utilizadas favoreció la escucha, la lectura, la interpretación, la capacidad de seguir indicaciones y la localización espacial. En el juego "*Tiro geométrico*" cada jugador debía leer la posición del jugador contrario y a partir de ahí calcular la dirección de su tiro para acertar en el blanco.
- d. Las habilidades lógicas están vinculadas a la capacidad para abstraer conceptos y relaciones, generar y justificar conjeturas y formular contraejemplos. Las técnicas lúdicas en general suponen la capacidad de abstracción de conceptos que en un primer momento son manipulados y utilizados de manera concreta, luego deben ser trasladados a situaciones descritas en un texto o en un esquema gráfico. No obstante los autores del estudio consideran que pueden diseñarse técnicas específicas para potenciar el desarrollo de esta habilidad.

### ***2.4.3 Las técnicas lúdicas y el desarrollo de habilidades para la comprensión y resolución de problemas geométricos***

Otro de los objetivos del presente estudio es determinar las habilidades relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos que se ven favorecidas con la aplicación de las técnicas lúdicas. En el diseño de la investigación este aspecto fue uno de lo que se tomó en cuenta para la creación

de las técnicas lúdicas que se crearon. Las dos técnicas lúdicas que se propusieron estaban orientadas a desarrollar en los y las estudiantes la capacidad para la comprensión y la resolución de problemas.

Las sub-habilidades relacionadas con esta habilidad son:

- Identificar el problema en la situación planteada.
- Identificar tipos de datos (necesarios, superfluos, incompletos, etc.)
- Anticipar estrategias posibles de solución antes de ejecutarlas.
- Representar mentalmente (en forma verbal, simbólica o gráfica) conceptos y estrategias a utilizar.
- Reflexionar sobre el problema y lo realizado controlando los usos de conceptos y procedimientos.

Los resultados del estudio y las valoraciones de la docente colaboradora permiten establecer las siguientes consideraciones al respecto.

- a. La docente expresa un cambio visible en la actitud de los estudiantes frente a los problemas geométricos. En las entrevistas iniciales la docente había expresado que: *“...La resolución de problemas presenta también dificultades para los y las estudiantes. La semejanza de triángulos presenta dificultades en el octavo grado, pocos jóvenes logran comprenderlo. El cálculo de área se hace con actividades concretas en el patio del centro escolar, lo cual motiva a los y las estudiantes, pero el paso al cálculo de áreas en problemas geométricos presenta dificultades.”* Y al finalizar el estudio la maestra expresó: *“Se vieron más interesados, a pesar de que son un grupo problemático, pero han cambiado porque se ha visto que han cooperado, que se han integrado (...) eso también les ha dado seguridad a ellos (...) Se les hace más fácil la comprensión del tema ya que los resuelven no en una forma tradicional sino que lo hacen jugando o sea que aprenden jugando. También se les quita el miedo de resolver problemas por que cuando ellos ven los problemas suelen*

*tener cierto miedo, mientras que con los juegos estaban resolviendo problemas casi sin darse cuenta”.*

- b. Durante las sesiones de trabajo los y las estudiantes estuvieron motivados frente al trabajo que se propuesto, fue casi innecesaria la llamada de atención de disciplina por parte de la docente. La actividad por si misma permitió que se lograra la atención requerida. Lo anterior se tradujo en un mayor nivel de concentración y reflexión sobre el trabajo realizado.
- c. En la prueba escrita realizada al final del estudio, a una muestra de diez estudiantes, el 90% estableció con claridad las cantidades presentes en los problemas presentados, el 65% los relacionó con la situación planteada en los juegos realizados en las sesiones anteriores, el 70% estableció un camino para la resolución de los problemas planteados y el 80% de los estudiantes expresaron que si era posible replantear los problemas utilizando la información brindada.

El equipo autor del estudio considera que con los insumos dados en los apartados anteriores es posible dar una respuesta a la pregunta problema que orientó la presente investigación: ***¿De qué manera favorece la aplicación de técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas geométricos?***

Se considera que la aplicación de las técnicas lúdicas, como herramienta didáctica, favorece de manera positiva el desarrollo de habilidades para la comprensión y resolución de problemas geométricos. Dicha área de la geometría al ser abordada de manera exclusivamente teórica presenta para docentes y estudiantes una dificultad, ya que no se logra una motivación adecuada que estimule la creatividad y el desarrollo cognitivo.

## CAPÍTULO III MARCO OPERATIVO

### 3.1 Descripción de los sujetos de la investigación

La concepción de las **técnicas lúdicas** - sujeto del presente estudio – que se planteo en la fundamentación conceptual de este estudio parte de su definición como *“Procedimientos didácticos orientados al logro de objetivos a través de actividades relacionadas con el juego No se trata de juegos arbitrarios o “dinámicas de animación”, sino de actividades didácticas que incorporan elementos de diversión, competencia, trabajo en equipo que motivan y permiten un aprendizaje eficaz por cuanto también se “aprende jugando”* (Corbalán, 1994).

Sobre las características de las actividades lúdicas en el aula, la fundamentación teórica del estudio presentó:

- Es una actividad libre, en el sentido de la paideia griega<sup>91</sup>, es decir, una actividad que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar.
- El juego no es broma; el peor revienta juegos es el que no se toma en serio su juego.
- El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.
- El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio.
- Existen ciertos elementos de tensión en él, cuya liberación y catarsis causan gran placer.
- El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican.

---

<sup>91</sup> Paideia (en griego παιδεία, "educación" o "formación", a su vez de παις, *país*, "niño") era, para los antiguos griegos, la base de educación que dotaba a los varones de un carácter verdaderamente humano.

Sobre los efectos del uso de recursos lúdicos en el proceso de enseñanza aprendizaje se planteó lo siguiente:

- **Expectativa ante los juegos.**

La utilización de los juegos en clase supone una expectación por parte de los alumnos, y, en principio, un posicionamiento positivo ante los mismos.

- **Fines de los juegos.**

Si utilizamos el juego en la enseñanza de las matemáticas es porque consideramos que tiene importancia dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje. Por ello tiene que estar claramente enmarcado en una programación de la asignatura, sea dentro del temario de contenidos o de procedimientos o técnicas de resolución de problemas.

- **Introducción de los juegos.**

Es importante que el juego se introduzca en el momento oportuno. Un mismo juego no sirve siempre. “Así que un juego que seguramente será aburrido para unos alumnos que dominen esos conocimientos (matemáticos), podrá ser estimulante y divertido para otros alumnos. Los profesores decidirán, por tanto, qué juegos y a qué edades”, comentan Hernán – Carrillo (1989).

Existen tres características básicas que guían la utilización pedagógica de juegos: en el momento preciso, de forma correcta y con un fin adecuado.

- **Tratamiento de la diversidad.**

Un mismo juego puede jugarse a muy distintos niveles de complejidad (pues una de las características destacadas de los mismos es su flexibilidad), con lo que se puede adaptar a las diferentes necesidades de los grupos de alumnos. Con ello se puede mantener unidos en un mismo grupo a alumnos y alumnas con niveles diferentes en matemáticas pero sin que estemos trabajando a un nivel excesivo para algunos ni demasiado bajo para otros.

- **Detección y tratamiento de errores.**

Una buena forma de autocorrección de errores es la práctica sistemática de juegos matemáticos, puesto que si se cometen errores se pierden las partidas. Y por ello hay un interés inmediato y efectivo en detectar, por parte del propio alumno, los errores que se cometen, y corregirlos si quieren tener posibilidades de ganar. Es decir que la detección no sólo es temprana, sino que se hace de forma dinámica, poniendo los medios para cambiarlos y poder aplicarlos de manera efectiva.

- **Aumento de placer que proporcionan las matemáticas.**

El juego ayuda a mejorar las actitudes de las alumnas y los alumnos ante las matemáticas, tarea prioritaria de las profesoras y profesores de matemáticas en estos niveles educativos. Y aunque los alumnos y alumnas no sean ya niños o niñas en sentido estricto, con ello damos un paso adelante en el cumplimiento de la Declaración Universal de los Derechos del Niño, que en su Principio Séptimo dice que “el niño deberá disfrutar plenamente de juegos y recreaciones; la sociedad y las autoridades públicas se esforzaran por promover el goce de este derecho” Y en lo que se refiere a las clases de matemáticas, desde luego que en general se deja de considerar niños o niñas a los alumnos y alumnas a muy temprana edad.

Se plantearon también algunas dificultades para la implementación de las actividades lúdicas en el aula:

- Los alumnos necesitan tiempo para abordar los juegos y, sobre todo, profundizar en los mismos, en su análisis.
- La práctica de juegos con los alumnos requiere una mayor preparación por parte del profesorado y de bastante atención en las distintas fases del juego.
- Requiere un esfuerzo en el análisis de la presentación de los resultados que se obtengan (sobre todo en lo que se refiere a los juegos de estrategia: estrategias ganadoras, generalizaciones de las mismas, casos en los que

es aplicable, etc.) Este es un proceso complejo para los alumnos, por lo que tendremos que proporcionar nuestra ayuda paso a paso, para su análisis.

Sobre las actividades lúdicas y la enseñanza de la geometría se planteó que *“el uso de los juegos en la educación matemática es, a parte de divertido, una estrategia para abordar y consolidar conceptos y propiedades, La geometría en particular, ofrece una gama interesante de juegos planos y espaciales en donde las figuras y las transformaciones son protagonistas”*<sup>92</sup>

Sobre las técnicas lúdicas y la resolución e problemas se estableció que *“se puede utilizar también una secuencia de cuatro fases, similares a las de Polya para analizar los juegos y tratar de encontrar estrategias ganadoras (o no perdedoras al menos)”*<sup>93</sup>.

**Fase I: “Comprender el problema”** sería entender los componentes del juego, el tipo de movimientos o la forma de actuar, el objetivo del juego y la forma de ganar, es decir la fase de familiarización con el juego.

**Fase II “Trazar un plan para resolverlo”** hay que hacer toda una serie de pruebas (interiorizar los movimientos, resolver pequeños problemas, etc.) e intentar relacionarlo con otros juegos que parezcan similares o con los tipos de estrategias ganadoras que se conozcan, y a partir de todo ello poner en marcha posibles estrategias para el juego que nos ocupe.

**Fase III “Poner en práctica el plan”** hay que llevar a la práctica las estrategias diseñadas, estudiar los movimientos de ataque y las posibles respuestas que nos podemos encontrar, para hacer que el juego progrese.

**Fase IV “Comprobar los resultados”** hay que ver que si la estrategia que se ha puesto en marcha es siempre ganadora e intentar ver si es general, es

---

<sup>92</sup> Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. *Materiales para construir la geometría*. Editorial Síntesis, España, 1991, pp. 145, 146, 148.

<sup>93</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 64-65

decir, si sirve en todos los casos. E intentar incluso si es aplicable a otros juegos parecidos y por supuesto, sin limitarse a un solo contrincante.

Las partes más fundamentales para avanzar en el proceso de matematizaciones de las situaciones son las que corresponden a las fases posteriores a haber jugado, es decir, sobre todo la reflexión sobre el proceso que se ha seguido, que hay que realizar tanto de forma individual como en pequeño o gran grupo. Ahí es donde se explicarán los procesos seguidos y se obtendrán experiencias para otros juegos.

El presente estudio ha diseñado y aplicado técnicas lúdicas, orientadas a lograr la comprensión y resolución de problemas geométricos. Según los resultados presentados en el apartado *Análisis de la información* (Apartado 2.2.5) y considerando los alcances del objeto de estudio expuestos (Apartado 2.4.1) en el presente estudio, el equipo investigador considera que puede establecerse que la definición conceptual de las técnicas lúdicas es pertinente con los hallazgos realizados en el estudio de campo. Las técnicas lúdicas aplicadas se diseñaron como procedimientos metodológicos orientados al logro de objetivos específicos.

Lo expresado por la docente colaboradora antes y después del proceso de aplicación de las técnicas lúdicas con el grupo de alumnos es un referente importante sobre la validez de los planteamientos teóricos sobre el aporte de las de las técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas:

Antes:

*“...La resolución de problemas presenta también dificultades para los y las estudiantes. La semejanza de triángulos presenta dificultades en el octavo grado, pocos jóvenes logran comprenderlo. El cálculo de área se hace con actividades concretas en el patio del centro escolar, lo cual motiva a los y las estudiantes, pero*

*el paso al cálculo de áreas en problemas geométricos presenta dificultades.”*  
(Entrevista #3).

Después:

*“Se vieron más interesados, a pesar de que son un grupo problemático, pero han cambiado porque se ha visto que han cooperado, que se han integrado (...) eso también les ha dado seguridad a ellos (...) Se les hace más fácil la comprensión del tema ya que los resuelven no en una forma tradicional sino que lo hacen jugando o sea que aprenden jugando. También se les quita el miedo de resolver problemas por que cuando ellos ven los problemas suelen tener cierto miedo, mientras que con los juegos estaban resolviendo problemas casi sin darse cuenta”.* (Entrevista #12)

### **3.2 Procedimiento para la recopilación de datos**

Luego de haber realizado la recopilación de información bibliográfica que sustenta el marco conceptual y la fundamentación teórico-metodológica del estudio, se dio inicio a la segunda etapa de la investigación, la cual se realizó en un centro escolar del departamento de San Salvador; ahí se recolectó a través de instrumentos pertinentes, información acerca del objeto de estudio.

En este apartado del estudio, se presentan el procedimiento para la recolección de la información en el centro escolar, la cual fue de tipo primaria, es decir que se obtuvo en contacto directo con la realidad, y específicamente con el sujeto de análisis: las técnicas lúdicas y con el objeto de la investigación: la aplicación de dichas técnicas para la resolución y comprensión de problemas geométricos.

La etapa de recolección de información primaria se realizó en tres momentos o fases, para cada una de las cuales se diseñaron instrumentos específicos, que se mencionan en el siguiente cuadro.

Descripción de las fases para la recolección de información primaria		Instrumento utilizado	Personas a quienes se aplicó el instrumento
<b>Fase 1</b>	Recolección de información general del grupo de alumnos y alumnas y de la experiencia docente de la maestra responsable, en relación con el objeto de estudio.	Entrevistas no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C
<b>Fase 2</b>	Observación del desarrollo de las guías didácticas sobre la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos	Cuestionarios de observación	Grupo de alumnos y alumnas del octavo grado sección C (27 hombres y 13 mujeres)
	Obtención de información sobre los resultados del desarrollo de guías didácticas	Entrevistas no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C
<b>Fase 3</b>	Obtención de información que permita medir resultados de la aplicación de técnicas lúdicas en relación a su aporte en la resolución de problemas geométricos.	Prueba escrita	Muestra aleatoria de 10 alumnos y alumnas del octavo grado sección C.
		Entrevista no estructuradas	Maestra responsable del octavo grado sección C

La **primera fase** consistió en el acercamiento al contexto educativo en el que se desarrollaría la investigación. Dicho contacto inició desde la etapa de la formulación del proyecto de investigación, sin embargo fue hasta el inicio de esta fase que se dio inicio a la recolección de información sistemática de la

información, el instrumento utilizado fue la entrevista no estructurada. Los resultados de dichas entrevistas fueron grabados en audio y luego transcritos para el presente trabajo.

En la **segunda fase** de la recolección de la información primaria, se obtuvo información acerca del desarrollo de guías didácticas por parte de la docente responsable del grupo de alumnos y alumnas. Dichas guías didácticas fueron elaboradas por el equipo investigador; para el diseño se tomó en cuenta los objetivos del estudio y las condiciones específicas del centro escolar y, por tanto, del grupo de alumnos y alumnas. Las guías didácticas elaboradas fueron presentadas y discutidas con la maestra responsable de la sección, quien las desarrollaría en el aula, con el grupo de alumnos y alumnas seleccionado para la investigación. Las guías didácticas desarrolladas por la maestra colaboradora de la investigación fueron cuatro. Ver anexo 1: *Guías de visitas al Centro Escolar. Visita #4, #6, #7 y #10*).

Durante la aplicación de las guías didácticas por parte de la maestra, el equipo investigador utilizó cuestionarios para recoger las observaciones del desarrollo del proceso. Luego de la aplicación, se utilizó una entrevista no estructurada para recabar las valoraciones de la maestra del aula respecto a los resultados del proceso. Además se cuenta también con un registro de audio de todas las entrevistas realizadas durante esta segunda fase.

En la **tercera fase** de la recolección primaria, se obtuvo información que permitiera analizar la influencia de las técnicas lúdicas aplicadas previamente en el desarrollo de habilidades vinculadas a la comprensión y resolución de problemas geométricos.

El tipo de información que en esta parte se recolectaría hizo necesario trabajar con un grupo más reducido de alumnos y alumnas. Se decidió aplicar el instrumento de investigación a una muestra equivalente al 25% del grupo total de alumnos y

alumnas, es decir, se trabajó con grupo de 10 estudiantes seleccionados aleatoriamente de entre todos y todas las que participaron en las fases previas de del estudio. El instrumento utilizado fue la prueba escrita.

Se finalizó con la realización de una entrevista (no estructurada) a la maestra colaboradora para obtener información sobre los resultados generales del proceso de aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas.

El tipo de muestreo utilizado fue el **probabilístico** (todos los y las estudiantes tenían una probabilidad de ser seleccionados para la muestra) del tipo **aleatorio simple** (la probabilidad de ser seleccionados fue la misma para todos y todas). La selección de la muestra se hizo de la siguiente manera:

Para la selección de los elementos se utilizó un intervalo K el cual se calculó dividiendo el tamaño de la población entre el tamaño de la muestra (40 / 10) resultando un valor de 4.

$$K = \frac{N}{n}$$

Así la selección se hizo escogiendo un alumno o alumna al azar en intervalos de 4 estudiantes.

Se finalizó con la realización de una entrevista (no estructurada) a la maestra colaboradora para obtener información sobre los resultados generales del proceso de aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas.

El siguiente cuadro presenta el detalle de las actividades realizadas en el Centro Escolar.

N <sup>a</sup> VISITA	OBJETIVO DE LA VISITA	ACTIVIDAD REALIZADA
1 y 2	Informar a la directora del centro escolar y a la docente responsable del 8 grado sección C sobre las sesiones de trabajo que se realizaran en dicha institución.	Se realizó una plática con la directora de la escuela y con la docente responsable del 8 grado sección C sobre el trabajo a realizar en dicha institución.
3	Obtener información general sobre el grupo de alumnos y alumnas y sobre la práctica docente de la maestra que sirva de base para el desarrollo de las etapas posteriores de la investigación.	Se realizó una entrevista a la docente, sobre generalidades de los y las estudiantes y de la experiencia que tiene como docente.
4	<p>Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, el método para la resolución de problemas para facilitar su aplicación con el grupo de alumnos y alumnas a través de una guía de trabajo.</p> <p>Conocer el método de cuatro pasos para la resolución de problemas e iniciar su aplicación con problemas básicos.</p>	<p>Se le entregó a la docente, una guía acerca de los elementos básicos sobre la resolución de problemas.</p> <p>Se le entregó a la docente, la guía de trabajo que realizaría con los alumnos y las alumnas sobre la resolución de problemas.</p>
5	<p>Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre los pasos para la resolución de problemas matemáticos.</p> <p>Compartir con la docente la concepción de las técnicas lúdicas desde la investigación que se realiza</p>	<p>Se realizó una entrevista a la docente responsable del 8 grado sección C, para recolectar los resultados obtenidos en la aplicación de la guía sobre los pasos para la resolución de problemas matemáticos.</p> <p>Se le explicó a la docente, la concepción de las técnicas lúdicas. El rol y las utilidades del juego y su relación con la resolución de problemas.</p>
6	Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para el desarrollo del contenido semejanza de triángulos y la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulos con los alumnos y alumnas.	Se le entregó a la docente una guía para el desarrollo del contenido semejanza de triángulos y se le explicó el desarrollo de la misma.

7	<p>Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre el desarrollo del contenido semejanza de triángulos.</p> <p>Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulo aplicando una técnica lúdica.</p>	<p>Se realizó una entrevista a la docente, sobre los resultados obtenidos en la aplicación de la guía sobre el contenido de semejanza de triángulos.</p> <p>Se le explicó a la docente la guía de aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre triángulos semejantes (explicación de las reglas del juego "Tiro Geométrico")</p>
8 y 9	<p>Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos, utilizando una técnica lúdica.</p>	<p>Se observó la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos, utilizando la técnica lúdica "Tiro Geométrico"</p>
10	<p>Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos.</p> <p>Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos aplicando una técnica lúdica.</p>	<p>Se realizó una entrevista a la docente, sobre los resultados obtenidos en la realización de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica relacionada con la semejanza de triángulos.</p> <p>Se le entregó y se le explicó a la docente, la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos.</p>
11	<p>Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con el área del triángulo, utilizando una técnica lúdica.</p>	<p>Se observó la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con el área de triángulos, utilizando la técnica lúdica "Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado"</p>
12	<p>Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con el área del triángulo.</p>	<p>Se realizó una entrevista a la docente, sobre los resultados obtenidos en la realización de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica relacionada con el área de triángulos.</p>

	Aplicar a un grupo de alumnos y alumnas del octavo grado, sección "C" un instrumento para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, para la comprensión y resolución de problemas geométricos	Se le aplicó a los alumnos y a las alumnas un instrumento de evaluación.
--	---	--

### 3.3 Especificación de la técnica para el análisis de los datos

#### 3.3.1 Técnica utilizada para el análisis de los datos

Dada la naturaleza de este estudio, la técnica utilizada para al análisis de los datos fue la descriptiva. Esto responde al diseño y enfoque que la Universidad Pedagógica de El Salvador ha implementado para los trabajos de investigación para optar a los grados de licenciatura. Así, las características del estudio son<sup>94</sup>:

- Según el control sobre las variables es Quasi-experimental ya que solo se tiene cierto grado de control sobre los factores que se pretenden medir: la influencia de la aplicación de las técnicas lúdicas en el desarrollo de habilidades cognitivas relacionadas con el aprendizaje y la geometría.
- Según los niveles de profundidad es del tipo Explicativa ya que se pretende determinar las habilidades que se ven favorecidas con la aplicación de técnicas lúdicas relacionadas con la comprensión y resolución de problemas geométricos.
- Según su finalidad es Básica y pura ya que está destinada a acrecentar los conocimientos teóricos relacionadas con los temas.

<sup>94</sup> Ticas, P., Velásquez, J., Crespín, T., Sosa, J. (2008). *Guía Metodológica para las Investigaciones Institucionales y Escolarizadas* (1º Ed.). San Salvador, El salvador: Universidad Pedagógica de El Salvador.

- Según sus métodos es del tipo Mixta ya que se hace una interpretación de los hechos desde el punto de vista de los autores del estudio y también se realiza un nivel de contrastación empírica.
- Según el tipo de fuentes es de dos tipos: Primaria y Secundaria. Se ha realizado una recopilación bibliográfica para determinar la postura de diferentes autores, se ha recolectado información directamente en el campo a través de la aplicación de instrumentos de investigación en el Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López.
- Finalmente, según la dimensión temporal es de tipo Transversal ya que se hace un corte transversal en un momento específico temporal.

### **3.3.2 Sistematización de la información**

Dadas las características de los instrumentos que se utilizaron para la recolección de la información, en las fases I y II del estudio, entrevistas no estructuradas y cuestionarios para la observación de la aplicación de guías didácticas; el tratamiento estadístico de la información recolectada consistió en una síntesis cualitativa – descriptiva de los resultados y en la parte final del estudio, durante la prueba escrita aplicada a la muestra de alumnos y alumnas, se calcularon porcentajes de frecuencia de los resultados. Los resultados de esas pruebas se presentan en el cuadro del apartado 2.2.4: *Procesamiento de la información* y en el apartado 2.2.5: *Análisis de la información*.

Para la sistematización se siguieron los siguientes pasos:

- a. Procesamiento de la información. Se tabularon los resultados de la tercera fase del estudio: obtención de información que permita medir los resultados de la aplicación de las técnicas lúdicas en relación su aporte para la resolución de problemas geométricos.

- b. Síntesis de la recolección de las características generales del grupo de alumnos y alumnas y de la experiencia de la maestra responsable en relación con el objeto de estudio.
- c. Síntesis del proceso de aplicación de las guías didácticas sobre la aplicación de las técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos y obtención de información sobre los resultados de las mismas.
- d. Síntesis de los resultados de la aplicación de instrumentos para la constatación de la influencia de las técnicas lúdicas en el desarrollo de habilidades geométricas relacionadas con la resolución de problemas.

### ***3.3.3 Definición de relaciones en torno al objeto de estudio***

Con la información recopilada en el estudio y luego de haberla sistematizado, se procedió al establecimiento de relaciones en torno al objeto de estudio: Aplicación de las técnicas lúdicas para la resolución de problemas geométricos. Los principales hallazgos en esta etapa son:

- Constatación en el campo de que la aplicación de técnicas lúdicas favorece la motivación y el interés en los alumnos y alumnas a la hora de abordar los temas relacionados con la resolución de problemas geométricos.
- La aplicación de las técnicas lúdicas aportan de forma positiva al desarrollo de habilidades relacionadas con la resolución de los problemas geométricos en aspectos como: mayor percepción de los elementos del problema, aumento de la seguridad en el momento de resolver el problema, desarrollo de la destreza mental.
- La disposición y accesibilidad de los recursos utilizados en la aplicación de las técnicas lúdicas favorece el desarrollo de habilidades y la motivación.
- Se favoreció la actitud de los y las estudiantes en la asignatura de matemática:

- La docente destaca la importancia del uso de las técnicas lúdicas pero reconoce que el utilizarlas implica un trabajo de preparación el cual exige tiempo por parte de los y las docentes
- En opinión del equipo investigador, el estudio demostró que es posible aplicar las técnicas lúdicas utilizando recursos accesibles. El tiempo de los docentes es limitado pero podría ser parte misma del proceso de planificación, el dedicar una parte de ese período al diseño y elaboración de materiales que formen parte de técnicas lúdicas como las que en este estudio se implementaron.



Actividades		2010		2011												2012								
		Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep
<b>3. Marco Teórico</b>																								
3.1	Fundamentación teórico-metodológica																							
<b>Investigación de campo</b>																								
3.2	Construcción del marco empírico																							
	• Elaboración de monografía																							
	• Diseño de instrumentos de investigación																							
	• Levantamiento de información																							
	• Procesamiento de la información																							
	• Análisis de la información																							
3.3	Formulación teórico-metodológica																							
3.4	Desarrollo y definición teórica																							
3.5	Reuniones con asesor																							
3.6	Entrega segundo avance																							
3.7	Defensa del segundo avance																							
3.8	Corrección segundo avance																							
<b>4. Marco Operativo</b>																								
4.1	Descripción de los sujetos de la investigación																							
4.2	Procedimiento para recopilación de datos																							
4.3	Especificación de la técnica para análisis de datos																							
4.4	Cronograma																							
4.5	Recursos																							
4.6	Índice preliminar sobre informe final																							
4.7	Reuniones con asesor																							
4.8	Entrega tercer avance																							
4.9	Defensa final																							
4.10	Corrección tercer avance																							
4.11	Entrega Trabajo de Graduación a la DCTT																							

### **3.5 Recursos utilizados en el estudio**

#### **Recursos humanos**

1. Grupo de estudiantes del octavo grado sección C del Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López.
2. Docente responsable de la sección C del octavo grado.
3. Directora del Centro Escolar.

### **3.6 Índice preliminar sobre informe final**

## **CAPÍTULO I: MARCO CONCEPTUAL**

### **Planteamiento del problema**

En el contexto educativo nacional, pocas veces se toman en cuenta los elementos lúdicos de la didáctica de la Matemática, esto se acentúa más cuando se trata de la metodología para la resolución de problemas geométricos. En algunos casos la aplicación de las técnicas lúdicas a los aspectos antes mencionados se realiza de manera inadecuada o limitada; desaprovechando así todo el potencial que dichas técnicas poseen para el logro de niveles de aprendizaje superiores. Las causas de lo anterior son diversas y a su vez generan efectos que deben ser analizados y tomados en cuenta por quienes se interesen en el estudio de las deficiencias de las alumnas y los alumnos en la comprensión y resolución de problemas geométricos.

### **Alcances y limitaciones**

Con base en la revisión de una parte de las numerosas investigaciones y experiencias relacionadas con el objeto de estudio del presente trabajo (aplicación de técnicas lúdicas y su aporte a la resolución de problemas geométricos) se establecen algunos logros y posibles inconvenientes de orden teórico que serán los insumos de partida para que la presente investigación pueda realizarse.

Para el abordaje investigativo del objeto de estudio (aplicación de las técnicas lúdicas para la comprensión y resolución de problemas geométricos), el presente trabajo está enmarcado en los siguientes límites:

- Estudio del aporte de las técnicas lúdicas para el proceso de enseñanza-aprendizaje de dos temas específicos de la asignatura de Matemática: semejanza de triángulos y área de triángulos.
- Identificación del aporte de las técnicas lúdicas al desarrollo de una de las habilidades relacionadas con el aprendizaje de la geometría: la resolución de problemas.
- La investigación se realizará con un grupo específico de alumnos y alumnas cuyas edades en promedio, oscilan entre los 13 y 14 años, de una sección del octavo grado y un centro escolar público de San Salvador (Centro Escolar Prof. Emilio Urrutia López).
- Los aportes que las técnicas lúdicas puedan presentar para la resolución de problemas no siempre podrán ser visibles a corto plazo; algunos de dichos aportes permanecerán latentes para el momento en que otras estructuras cognitivas se desarrollen.

## **CAPITULO II MARCO TEÓRICO**

### **Construcción del Marco Empírico**

El presente estudio indaga de qué manera favorece la aplicación de técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas geométricos. Luego de haber realizado la recopilación de información bibliográfica que sustenta el marco conceptual y la fundamentación teórico-metodológica del estudio, se dio inicio a la segunda etapa de la investigación, la cual se realizó en un centro escolar del departamento de San Salvador; ahí se recolectó a través de instrumentos pertinentes, información acerca del objeto de estudio.

La investigación se desarrolló con una sección del octavo grado del centro escolar, se contó además con la colaboración de la docente responsable de la asignatura de matemática de dicha sección, quien al mismo tiempo, es la orientadora de la del grupo de alumnos y alumnas.

Se diseñaron los instrumentos para la recolección de la información en el centro escolar, la cual fue de tipo primaria, es decir que se obtuvo en contacto directo con la realidad, y específicamente con el sujeto de análisis: las técnicas lúdicas y con el objeto de la investigación: la aplicación de dichas técnicas para la resolución y comprensión de problemas geométricos.

La etapa de recolección de información primaria se realizó en tres momentos o fases, para cada una de las cuales se diseñaron instrumentos específicos

La recolección de información fue realizada por el equipo investigador en coordinación con la directora del centro escolar y la docente colaboradora de la investigación, se estableció un calendario de visitas acorde con la jornalización de temas de la sección C del octavo grado

### **Desarrollo y definición teórica**

En el diseño de la investigación este aspecto fue uno de lo que se tomó en cuenta para la creación de las técnicas lúdicas que se crearon. Las dos técnicas lúdicas que se propusieron estaban orientadas a desarrollar en los y las estudiantes la capacidad para la comprensión y la resolución de problemas. Los resultados del estudio y las valoraciones de la docente colaboradora permiten establecer las siguientes consideraciones al respecto.

- La docente expresa un cambio visible en la actitud de los estudiantes frente a los problemas geométricos. La motivación que se logró durante las sesiones de trabajo fue muy positiva.
- En la prueba escrita realizada el 90% de estudiantes estableció con claridad las cantidades presentes en los problemas presentados, el 65% los relacionó con la situación planteada en los juegos realizados en las sesiones anteriores,

el 70% estableció un camino para la resolución de los problemas planteados y el 80% de los estudiantes expresaron que si era posible replantear los problemas utilizando la información brindada.

El equipo autor del estudio considera que con los insumos dados en los apartados anteriores es posible dar una respuesta a la pregunta problema que orientó la presente investigación: ***¿De qué manera favorece la aplicación de técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas geométricos?***

Se considera que la aplicación de las técnicas lúdicas, como herramienta didáctica, favorece de manera positiva el desarrollo de habilidades para la comprensión y resolución de problemas geométricos. Dicha área de la geometría al ser abordada de manera exclusivamente teórica presenta para docentes y estudiantes una dificultad, ya que no se logra una motivación adecuada que estimule la creatividad y el desarrollo cognitivo.

## **CAPITULO III MARCO OPERATIVO**

### **Descripción de los sujetos de la investigación**

La concepción de las **técnicas lúdicas** - sujeto del presente estudio – que se planteo en la fundamentación conceptual de este estudio parte de su definición como *“Procedimientos didácticos orientados al logro de objetivos a través de actividades relacionadas con el juego No se trata de juegos arbitrarios o “dinámicas de animación”, sino de actividades didácticas que incorporan elementos de diversión, competencia, trabajo en equipo que motivan y permiten un aprendizaje eficaz por cuanto también se “aprende jugando”* (Corbalán, 1994).

Características de las actividades lúdicas en el aula:

- Es una actividad libre
- El juego “no es broma”

- El juego, como la obra de arte, produce placer
- El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio.
- El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican.

#### Efectos del uso de recursos lúdicos en el proceso de enseñanza aprendizaje

- La utilización de los juegos en clase supone una expectación por parte de los alumnos, y, en principio, un posicionamiento positivo ante los mismos.
- Tienen que estar claramente enmarcado en una programación de la asignatura, sea dentro del temario de contenidos o de procedimientos o técnicas de resolución de problemas.
- Es importante que el juego se introduzca en el momento oportuno.
- Se puede mantener unidos en un mismo grupo a alumnos con niveles diferentes en matemáticas pero sin que estemos trabajando a un nivel excesivo para algunos ni demasiado bajo para otros.
- La detección de errores no sólo es temprana, sino que se hace de forma dinámica, poniendo los medios para cambiarlos y poder aplicarlos de manera efectiva.
- El juego ayuda a mejorar las actitudes de los alumnos ante las matemáticas, tarea prioritaria del profesor de matemáticas en estos niveles educativos.

Sobre las técnicas lúdicas y la resolución de problemas se estableció que *“se puede utilizar también una secuencia de cuatro fases, similares a las de Polya para analizar los juegos y tratar de encontrar estrategias ganadoras (o no perdedoras al menos)”*<sup>95</sup>:

---

<sup>95</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 64-65

**fase: “Comprender el problema”** sería entender los componentes del juego, el tipo de movimientos o la forma de actuar, el objetivo del juego y la forma de ganar, es decir la fase de familiarización con el juego.

**Fase II “Trazar un plan para resolverlo”** hay que hacer toda una serie de pruebas (interiorizar los movimientos, resolver pequeños problemas, etc.) e intentar relacionarlo con otros juegos que parezcan similares o con los tipos de estrategias ganadoras que se conozcan, y a partir de todo ello poner en marcha posibles estrategias para el juego que nos ocupe.

**Fase III “Poner en práctica el plan”** hay que llevar a la práctica las estrategias diseñadas, estudiar los movimientos de ataque y las posibles respuestas que nos podemos encontrar, para hacer que el juego progrese.

**Fase IV “Comprobar los resultados”** hay que ver que si la estrategia que se ha puesto en marcha es siempre ganadora e intentar ver si es general, es decir, si sirve en todos los casos. E intentar incluso si es aplicable a otros juegos parecidos y por supuesto, sin limitarse a un solo contrincante.

Sin embargo, las partes más fundamentales para avanzar en el proceso de matematizaciones de las situaciones son las que corresponden a las fases posteriores a haber jugado, es decir, sobre todo la reflexión sobre el proceso que se ha seguido, que hay que realizar tanto de forma individual como en pequeño o gran grupo. Ahí es donde se explicarán los procesos seguidos y se obtendrán experiencias para otros juegos.

El presente estudio ha diseñado y aplicado técnicas lúdicas, orientadas a lograr la comprensión y resolución de problemas geométricos. Según los resultados presentados en el apartado *Análisis de la información* (Apartado 2.2.5) y considerando los alcances del objeto de estudio expuestos (Apartado 2.4.1) en el presente estudio, se puede establecer que la definición conceptual de las técnicas

lúdicas es pertinente con los hallazgos realizados en el estudio de campo. Las técnicas lúdicas aplicadas se diseñaron como procedimientos metodológicos orientados al logro de objetivos específicos.

Lo expresado por la docente colaboradora antes y después del proceso de aplicación de las técnicas lúdicas con el grupo de alumnos es un referente importante sobre la validez de los planteamientos teóricos sobre el aporte de las de las técnicas lúdicas a la comprensión y resolución de problemas:

### 3.7 BIBLIOGRAFÍA

**ALSINA, C, BURGÚÉS, C. Y FORTUNY, J.** (1991). *Materiales para construir la geometría* (1<sup>era</sup> Ed.). Madrid, España: Síntesis

**ASTI VERA, A.** (1968). *Metodología de la investigación*. (1<sup>era</sup> Ed.). Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

**BARDERAS, S.** (2000). *Didáctica de la matemática* (1<sup>era</sup> Ed.). Madrid, España: La muralla.

**CLAVERO, F.** *Habilidades cognitivas*. [en línea]. Universidad Autónoma de Yucatán, México. Recuperado el 4 de mayo de 2010, de [http://www.cgems.uady.mx/profordems/Unidad3material/Hab\\_cognitivas\\_calavero.rtf](http://www.cgems.uady.mx/profordems/Unidad3material/Hab_cognitivas_calavero.rtf)

**CORBALÁN, F.** (1994). *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. . (1<sup>era</sup> Ed.). España: Síntesis

**FOUZ, F Y DONOSTI, B.** (2004). *Modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría*. (2<sup>da</sup> Ed.)Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas, España.

**GARCÍA, A.** *La Didáctica de las Matemáticas: Una Visión General* [En línea]. Red Telemática Educativa Europea. España. Recuperado el 22 de abril de 2010, de <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.html>

**HERNÁNDEZ, T. Y GARCÍA, B.** *El Proceso de Formación de Habilidades Matemáticas*. (1<sup>era</sup> Ed.). Cuba: Universidad Central Marta Abreu de Las Villas. UCLV.

**LÓPEZ, O. Y GARCÍA, S.** (2008). *La Enseñanza de la Geometría*. (1<sup>era</sup> Ed.). México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE EL SALVADOR.** (2007). *Currículo al servicio del Aprendizaje*. (1<sup>a</sup>. ed) San Salvador, El Salvador.

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE EL SALVADOR.** (2008). *Programa de Estudio Matemática: tercer ciclo*. El Salvador: Quebecor world.

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE EL SALVADOR.** (2001). *Programa de Estudio de Primer Año de Educación Media*. Costa Rica: Trejos Hermanos Sucesores.

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE LA NACIÓN ARGENTINA.** (2006). *La Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica* [En línea]. Portal Educativo del Estado Argentino, EDUCAR. Argentina. Recuperado el 29 de abril de 2010, de [http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la\\_didactica\\_de\\_la\\_matematica.php?page=4](http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la_didactica_de_la_matematica.php?page=4)

**NÉRICI, IMÍDEO G.** (1985). *Hacia una Didáctica General Dinámica*. (3<sup>ra</sup> Ed.) Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

**NÉRICI, IMÍDEO G.** (1982). *Metodología de la Enseñanza*. (2<sup>da</sup> Ed.) Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

**ORTIZ DEL R., L.** (1987). *Didáctica de La Resolución de Problemas* (3<sup>era</sup> Ed.). Bilbao, España: Desclee de Brouwer, S.A.

**PAPALIA, D Y WENDKOS, S.** (1998). *Psicología del Desarrollo* (4<sup>era</sup> Ed.). Colombia: Mc Graw Hill.

**POLYA, G.** (1989). *Como Plantear y Resolver Problemas.* (15<sup>o</sup> Ed.) México: Trillas

**RODRÍGUEZ, V, ARANA, W.** (2003). *Curso de Especialización para Maestros y Maestras de Tercer Ciclo de Educación Básica, Modulo II Geometría.* (1<sup>era</sup> Ed.). El Salvador: Editorial Universitaria.

**SEGURA, M.** (2009). *La Evaluación del Aprendizaje Basada en el Desempeño por Competencias,* [en línea]. Revista electrónica Actualidades Investigativas en Educación. Instituto de Investigación en Educación, Universidad de Costa Rica. Recuperado el 12 de abril de 2010, de <http://revista.inie.ucr.ac.cr>

**TICAS, P., VELÁSQUEZ, J., CRESPIÓN, T., SOSA, J.** (2008). *Guía Metodológica para las Investigaciones Institucionales y Escolarizadas* (1<sup>o</sup> Ed.). San Salvador, El Salvador: Universidad Pedagógica de El Salvador.

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE TRUJILLO** (2008). *Guía de Trabajo del Módulo Matemática Lúdica* (1<sup>era</sup> Ed.). México: Programa Nacional de Formación y Capacitación Permanente.

**URDIAIN, I.** (2006). *Matemáticas Resolución de Problemas.* Fondo de publicaciones del Gobierno de Navarra (1<sup>a</sup> Ed.) Pamplona, España.

# **ANEXOS**

## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

### Visita # 1 y 2

#### Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivo de la visita:** Informar a la directora del centro escolar y a la docente responsable del 8 grado sección C sobre las sesiones de trabajo que se realizarán en dicha institución.

**Desarrollo de la reunión:**

1. Presentación del equipo que trabajara en la realización de la investigación.
2. Dar a conocer el tema de la investigación y las sesiones de trabajo que se realizarán.

**Universidad Pedagógica de El Salvador**

**Facultad de Educación**

Proceso de elaboración de trabajo de graduación para optar al título de

**LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESPECIALIDAD MATEMÁTICA**

**Tema:**

**APORTE DE LAS TÉCNICAS LÚDICAS PARA LA COMPRENSIÓN Y  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS, 8º GRADO SECCIÓN C,  
CENTRO ESCOLAR PROF. EMILIO URRUTIA LÓPEZ, SAN SALVADOR, 2010.**

**Proceso de trabajo con el Centro Educativo**

**“Profesor Emilio Urrutia López”**

**Tonacatepeque, San Salvador**

A continuación se describen los diferentes momentos de trabajo que se llevarán a

cabo para el proceso de levantamiento de la información en el centro educativo que colaborará con el estudio. El apoyo que brindará el Centro Educativo se concretará en el trabajo que se realizará con la docente responsable de la sección de Octavo Grado “C”, en el turno vespertino.

### **Descripción de las sesiones de trabajo**

#### **Sesión 1.**

Presentación de solicitud escrita a la dirección del centro educativo, explicitando los objetivos del trabajo a realizar, el período de tiempo y el procedimiento a seguir para el levantamiento de la información.

#### **Sesión 2.**

Presentación del proyecto de investigación a la maestra responsable de la sección C del Octavo Grado y explicación del procedimiento a seguir para el desarrollo del estudio en el Centro Escolar. Establecimiento de acuerdo sobre horarios de trabajo con la docente y con los alumnos y las alumnas.

#### **Sesión 3.**

Recolección de información general sobre el grupo de alumnos y alumnas y sobre la práctica docente de la maestra.

- **Sobre los alumnos y alumnas:** # de alumnos/as, sexo, repitencia, deserción, edades, sector del municipio del que provienen, ocupación de los padres y las madres.
- **Sobre la docente:** Formación, años de trabajo en el centro educativo, años de trabajo en el nivel de tercer ciclo, asignaturas que imparte, secciones que atiende, número de horas clase.
- **Sobre la experiencia docente:** Dificultades específicas que presentan los alumnos y alumnas en la asignatura de matemática y en las áreas de la asignatura (Aritmética, Estadística, Álgebra, Geometría). Porcentaje de alumnos reprobados en los últimos años. Etapas en la planificación de la asignatura de matemática. Experiencia de la incorporación de los nuevos programas de estudio, contenidos impartidos a la fecha, aplicación del enfoque de resolución de problemas en el proceso de enseñanza

aprendizaje, proceso, resultados.

**Sesión 4.**

- Intercambio sobre el enfoque de resolución de problemas. Elementos que ya están presentes en la práctica docente y elementos que no están presentes.
- Discusión de la primera guía de trabajo que la docente aplicará con los alumnos y las alumnas (sobre el esquema para la resolución de problemas)

**Sesión 5.**

- Devolución de los resultados obtenidos de la aplicación de la primera guía, intercambio sobre las técnicas lúdicas, enfoque, elementos que están presentes en la práctica docente.
- Práctica de aplicación de técnicas y utilización de instrumentos para la observación y registro del proceso de aprendizaje

**Sesión 6.**

Discusión de la guía para el desarrollo del tema semejanza de triángulos y la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulos.

**Sesión 7.**

- Discusión de los resultados de la aplicación de la guía sobre el tema de semejanza de triángulos.
- Discusión de la guía para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulo aplicando una técnica lúdica.

**Sesión 8.**

Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionada con la semejanza de triángulos, utilizando una técnica lúdica.

**Sesión 9.**

Continuar con la observación del desarrollo de la guía de aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre triángulos semejantes.

**Sesión 10.**

- Discusión de los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación

de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos.

- Discusión de la guía para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos aplicando una técnica lúdica.

**Sesión 11.**

Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionada con el área de triángulos utilizando una técnica lúdica.

**Sesión 12.**

- Discutir los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con el área de triángulos.
- Aplicar a un grupo de alumnos y alumnas del octavo grado, sección "C" un instrumento para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, para la comprensión y resolución de problemas geométricos.

**Sesión 13.**

- Breve informe de los resultados del estudio a la docente y al centro educativo.
- Agradecimientos.

Visita # 3

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivo de la visita:** Obtener información general sobre el grupo de alumnos y alumnas y sobre la práctica docente de la maestra que sirva de base para el desarrollo de las etapas posteriores de la investigación.

**Persona entrevistada:** Docente responsable de la sección C del octavo grado del Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López de Tonacatepeque.

**Guía para la entrevista 1**

**d. Sobre los alumnos y alumnas:**

- a.1 *¿Cuántos alumnos hay en la sección C del octavo grado? ¿Cuántos hombres? ¿Cuántas mujeres?*
- a.2 *¿Cuáles son las edades promedio de los alumnos y de las alumnas?*
- a.3 *Del total de alumnos y alumnas ¿Cuántos están repitiendo el octavo grado?*
- a.4 *¿Cuál es el nivel de deserción hasta el mes actual?*
- a.5 *¿Cuántas alumnas y cuántos alumnos son de nuevo ingreso?*
- a.6 *¿En qué sectores del municipio viven los alumnos y las alumnas de la sección?*
- a.7 *¿Cuál es la ocupación de los padres y las madres de los alumnos y las alumnas?*
- a.8 *¿Alguno de los alumnos o alumnas trabaja? ¿En qué tipo de actividades?*

**e. Sobre la docente:**

- b.1 *¿Qué formación académica posee? ¿Cuál es su especialidad?  
¿Ha recibido otra formación?*
- b.2 *¿Cuántos años de experiencia docente posee?*
- b.3 *¿Cuántos años tiene de laborar en el centro escolar?*

- b.4 ¿Cuántos años tiene de laborar en tercer ciclo?*
- b.5 ¿Qué asignaturas imparte en el centro educativo?*
- b.6 ¿Cuántas horas de clase a la semana tiene asignadas?*
- b.7 ¿Cuántas secciones de alumnos y alumnas atiende?*
- b.8 ¿Tiene horas libres durante la semana? ¿Cuántas?*

**f. Sobre la experiencia docente:**

- c.1 En general, ¿qué dificultades presentan los alumnos y las alumnas en la asignatura de Matemática?*
- c.2 ¿Qué dificultades específicas presentan los alumnos las alumnas en las diferentes áreas de la Matemática? (Aritmética, Estadística, Álgebra, Geometría).*
- c.3 ¿Cuál es el porcentaje de alumnos que en promedio reprueban Matemática cada año?*
- c.4 ¿Se está trabajando con los nuevos programas de estudio del MINED?*
- c.5 ¿Cómo es el proceso de planificación de las clases?*
- c.6 ¿Considera que sus clases las está desarrollando siguiendo el enfoque de resolución de problemas propuesto por el MINED?*
- c.7 ¿Cuáles han sido los resultados de la incorporación del enfoque de resolución de problemas?*
- c.8 En la metodología de trabajo que utiliza, ¿incorpora las técnicas lúdicas? ¿De qué manera?*

**Visita # 4**

**Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López**

**Objetivo de la visita:**

- Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, el método para la resolución de problemas para facilitar su aplicación con el grupo de alumnos y alumnas a través de una guía de trabajo.
- Conocer el método de cuatro pasos para la resolución de problemas e iniciar su aplicación con problemas básicos.

**PRIMERA PARTE: Elementos básicos sobre la resolución de problemas**

**¿Qué es un problema?**

...un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor de problemas no tiene un proceso algorítmico que le conducirá con certeza, a la solución. Un problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada. Existen obstáculos para lograr ese objetivo, se requiere deliberación, y se parte del conocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptada como problema por alguien, antes de que pueda adoptar tal denominación.

**¿Cuál es la diferencia entre los problemas y los ejercicios matemáticos?**

**(Ver tabla 1)**

Tabla 1

Características de los ejercicios	Características de los problemas
Se ve claramente qué hay que hacer.	Suponen un reto.
La finalidad es la aplicación mecánica de algoritmos.	La finalidad es ahondar en los conocimientos y experiencias que se poseen, para rescatar aquellos que son útiles para llegar a la solución esperada.
Se resuelven en un tiempo relativamente corto.	Requieren más tiempo para su resolución.
No se establecen lazos especiales entre el ejercicio y la persona que lo resuelve.	La persona que se implica en la resolución lo hace emocionalmente. El bloqueo inicial, debido a que la situación le desconcierta, dará paso a la voluntariedad y perseverancia por encontrar la solución y, por último, al grado de satisfacción una vez que esta se ha conseguido
Generalmente tienen una sola solución.	Pueden tener una o más soluciones y las vías para llegar a ellas pueden ser variadas.
Son muy numerosos en los libros de texto.	Suelen ser escasos en los libros de texto.

Fuente: Echenique, I. *Matemáticas resolución de problemas*. Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra. España, pp 21.

### ¿Qué dificultades enfrentan los alumnos y las alumnas para resolver problemas matemáticos?

En primer lugar, para muchos alumnos la palabra “problema” está asociada indefectiblemente a la idea de números, de cantidades, y no a la idea de búsqueda... para muchos alumnos un problema es algo así como una adivinanza, un enigma...<sup>96</sup>

<sup>96</sup> Ortiz del R., L. *Didáctica de La Resolución de Problemas*. Editorial Desclee de Brouwer, S.A., Bilbao, 1987, pp.11,12,16,17

Un segundo aspecto es que los problemas están escritos de forma densa y la mayoría de estudiantes presentan dificultades para interpretarlos.<sup>97</sup> La lectura y comprensión de un problema no es independiente de su resolución; es una parte esencial. De hecho una buena lectura y una buena “puesta en escena” facilitan y explicitan muchas veces un buen procedimiento para su resolución. Mientras un alumno no capte a través de la lectura el sentido exacto del enunciado, será incapaz de representarse las acciones y situaciones descritas y por consiguiente de traducirlas a un lenguaje simbólico matemático.

Un tercer aspecto lo constituyen las condiciones pedagógicas que interfieren y obstaculizan un buen aprendizaje en la resolución de problemas, dichas condiciones son las siguientes:<sup>98</sup>

- Deficiente selección de los problemas. Se proponen sobre todo problemas de aplicación directa de conocimientos aritméticos, relegando a un segundo plano los problemas que requieren un esfuerzo de búsqueda o de análisis.
- Se prima la cantidad sobre la calidad. Se clasifican y se trabajan los problemas por tipos, buscando adiestramiento a través de la realización de múltiples baterías de problemas similares.
- La resolución de problemas se pone al servicio del cálculo y no al revés.
- Se enfoca y se planifica a menudo la resolución de problemas como “tarea para casa y no como el fin principal de la actividad de clase”.
- Se adoptan en la corrección de los problemas, actitudes sancionadoras olvidando que el análisis de los errores cometidos es una fuente importante de aprendizaje.
- En la presentación de la solución se exigen aspectos formales absurdos y se descuida sin embargo el aspecto más importante y formativo: que el alumno se esfuerce por “redactar” correctamente, a su nivel, los diferentes pasos de su razonamiento.

---

<sup>97</sup> *Ibíd*em, pp.16,17

<sup>98</sup> *Ibíd*em, pp.20

- Y sobre todo, se provoca en los alumnos actitudes de sumisión, complejos absurdos de ineptitud frente a las matemáticas y reacciones negativas de miedo ante todo lo que significa análisis, búsqueda o razonamiento.

### ¿Existe un método para resolver problemas?

Sobre la resolución de problemas son diversos los autores que han propuesto un método; sin embargo, un modelo que se destaca, es el propuesto por George Polya<sup>99</sup>, quien plantea un método de cuatro pasos:

#### 1<sup>er</sup> paso. Comprensión del problema

Implica entender tanto el texto como la situación que nos presenta el problema, diferenciar los distintos tipos de información que nos ofrece el enunciado y comprender qué debe hacerse con la información que nos es aportada, etc.

¿En qué consiste el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?  
¿Es suficiente?

#### 2<sup>a</sup> paso. Concepción de un plan

Es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella. Es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder.

¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce alguna fórmula que le pueda ser útil? ¿Podría usted utilizarla? ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos?

En esta fase puede ser útil el uso de esquemas que ayuden a clarificar la situación a resolver, así como el proceso a seguir. Del mismo modo puede ser práctico

---

<sup>99</sup> Polya, G. *Como Plantear y Resolver Problemas*. Editorial Trillas, México, 1965, pp. 28-35.

recordar si se han abordado con anterioridad problemas similares y qué metodología se siguió.

### **3ª paso. Ejecución del plan**

Consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: *primero calculo...*, *después...*, *por último...* hasta llegar a la solución. Esta fase concluye con una expresión clara y contextualizada de la respuesta obtenida.

¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto?

### **4ª paso. Visión retrospectiva**

Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y este termina cuando el resolutor siente que ya no puede aprender más de esa situación. Desde este punto de vista, es conveniente realizar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso: Contrastar el resultado obtenido para saber si efectivamente da una respuesta válida a la situación planteada.

Reflexionar sobre si se podía haber llegado a esa solución por otras vías, utilizando otros razonamientos. Decir si durante el proceso se han producido bloqueos y cómo se ha logrado avanzar a partir de ellos. Pensar si el camino que se ha seguido en la resolución podría hacerse extensible a otras situaciones.

¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?

## **SEGUNDA PARTE: Guía de trabajo sobre la resolución de problemas**

### **Contenido: Pasos para la resolución de problemas**

#### **Desarrollo:**

#### **1. Actividad inicial: Juego de tarjetas**

Se indica que se realizará el siguiente juego en parejas (la maestra modela el juego con un estudiante).

Se colocan las diez tarjetas al centro de una mesa y se indica que cada miembro de la pareja podrá tomar una o dos tarjetas por turno. La persona de la pareja que tome la última tarjeta habrá perdido el juego, es decir que quien gana, es quien obliga a la otra persona a tomar la última tarjeta.

Se inicia el juego y la maestra se asegura de aplicar la estrategia ganadora, lo hace con dos o tres alumnos o alumnas y luego de ganarles, plantea el siguiente reto: “veamos quien descubre cual es la estrategia que permite ganar siempre en este juego”.

Se forman grupos de tres alumnos o alumnas y se entrega a cada equipo diez tarjetas de colores. Se da un tiempo para que cada grupo practique el juego y trate de encontrar la estrategia ganadora. Si un grupo la encuentra se pide que no la comente con los demás.

Si ningún grupo encuentra la estrategia ganadora, la maestra suspende el trabajo en los grupos y explica cómo encontrarla aplicando los pasos para la resolución de problemas (va colocando los rótulos con los nombres de cada paso a medida que les explica).

### **Paso 1: Comprensión del problema.**

La maestra pide a algunos alumnos y alumnas que expliquen las condiciones del juego (situación a resolver), asegurándose que la expresión oral sea la correcta. Cuando se considere que el grupo ha comprendido la situación a resolver se pasa a la siguiente etapa.

### **Paso 2: Elaboración de un plan.**

Si alguno de los grupos ha descubierto la estrategia ganadora se le pide que explique a los y las demás cómo lo hizo. Si ningún grupo lo ha resuelto, la maestra pregunta

- ¿Qué información podría ser útil para encontrar la estrategia ganadora?
- Quien gana el juego, ¿es quién comienza primero? ¿Es esa la condición suficiente para ganar? ¿Existe otra?

## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

- Quien gana el juego, ¿debe estar pendiente de las tarjetas que toma el otro o la otra? ¿tiene algo que ver esto?
- ¿De qué manera podríamos jugar fijándonos en los aspectos anteriores? ¿cuáles serían los pasos a seguir para fijarse en esos aspectos?

### Paso 3: Ejecución del plan.

La maestra pide a los grupos que vuelvan a jugar, asegurándose que los equipos registren sus observaciones sobre quien comienza primero y el número de tarjetas que el jugador que gana toma en cada turno respecto a las del contrincante.

Eventualmente se espera que los grupos encuentren la estrategia ganadora:

***Para ganar hay que permitir que la otra persona inicie el juego y asegurarse que en cada ronda se extraigan tres cartas (múltiplos de nueve) así se asegura que en la última ronda, la última tarjeta le corresponderá a quien haya iniciado el juego.***

La maestra pide a los alumnos y alumnas que razonen la estrategia ganadora encontrada utilizando el siguiente esquema: (entrega copias)

Primera ronda		Segunda ronda		Tercera ronda		Cuarta ronda	
Jugador 1	Jugador 2	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 1	Jugador 2	Jugador 1	Jugador 2
<i>Toma 1 tarjeta</i>	<i>Toma 2 tarjetas</i>	<i>Toma 2 tarjetas</i>	<i>Toma 1 tarjeta</i>	<i>Toma 2 tarjetas</i>	<i>Toma 1 tarjeta</i>	<i>Toma 1 tarjeta</i>	
Quedan 7 tarjetas		Quedan 4 tarjetas		Queda 1 tarjeta		El jugador 2 gana el juego	

**Paso 4: Visión retrospectiva.**

La maestra reflexiona con los alumnos y alumnas sobre las siguientes preguntas:

- ¿Qué obstáculos tuvimos?
- ¿Por qué no podíamos encontrar la estrategia ganadora?
- Ahora que conocemos la estrategia ganadora, ¿podríamos realizar el juego con más tarjetas? ¿con cuántas? (la maestra se asegura de que las cantidades propuestas para jugar sean múltiplos de tres mas uno, es decir: trece, dieciséis, diecinueve, veintidós...)
- ¿Cómo se plantearía el juego si se tratara de 22 tarjetas?

**2. Explicación del método de resolución de problemas**

La maestra explica cada uno de los pasos para la resolución de problemas haciendo referencia a la actividad realizada con las tarjetas y a las preguntas correspondientes a cada paso.

**1ª paso. Comprensión del problema**

*¿En qué consiste el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición?  
¿Es suficiente?*

**2ª paso. Concepción de un plan**

*¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce alguna fórmula que le pueda ser útil? ¿Podría usted utilizarla?  
¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos?*

*Se destaca el uso de esquemas que ayuden a clarificar la situación a resolver, así como el proceso a seguir.*

**3ª paso. Ejecución del plan**

*¿Puede usted ver claramente los pasos a seguir? ¿Qué el paso es correcto?*

**4ª paso. Visión retrospectiva**

*¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Qué obstáculos tuvo?*

### 3. Práctica de el método de resolución de problemas

La maestra propone los siguientes problemas para resolverlos aplicando el método de los cuatro pasos. Se hace énfasis en que la prioridad no es llegar a la respuesta sino aplicar el método y razonar los obstáculos que haya en el proceso. (Entrega copias)



1. Un pavo cuesta lo mismo que tres gallinas y una gallina cuesta lo mismo que dos pollos. El precio de un pavo es de \$12.

¿Cuánto costarán dos pavos, dos gallinas y dos pollos?

- *Cuéntate el problema. Idea un plan. Redacta con claridad, paso a paso, tu solución y verifica tu respuesta*



2. En unos campeonatos deportivos que se celebraron a nivel nacional, todos los equipos participantes se alojaban en el mismo hotel. Cada 3 días se hospedaban 4 equipos diferentes. Cada equipo lo formaban 9 personas.

¿Cuántas personas se hospedaron en el hotel al cabo de 15 días con motivo de esos campeonatos?

- *Cuéntate el problema. Idea un plan. Redacta con claridad, paso a paso, tu solución y verifica tu respuesta*



Un lechero dispone únicamente de dos jarras de 3 y 5 litros para medir la leche que vende a sus clientes.

¿Cómo podría medir un litro sin desperdiciar nada de leche?

Explica con claridad tu razonamiento.

- *Cuéntate el problema. Idea un plan. Redacta con claridad, paso a paso, tu solución y verifica tu respuesta*

**Tiempo:** Dos horas clase

**Recursos:** tarjetas para el juego, rótulos para explicar los pasos del método de resolución de problemas. Copias del esquema para la solución.

Visita # 5

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivos de la visita:**

- Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre los pasos para la resolución de problemas matemáticos.
- Compartir con la docente la concepción de las técnicas lúdicas desde la investigación que se realiza

**PRIMERA PARTE: Recolección de resultados en la aplicación de la guía sobre los pasos para la resolución de problemas matemáticos.**

Se realiza la siguiente entrevista a la docente sobre los resultados de la aplicación de la guía.

**Guía para la entrevista 2**

7. *¿Cuándo se aplicó la guía sobre los pasos para la resolución de problemas?*
8. *¿Cuántos alumnos y alumnas estuvieron presentes ese día?*
9. *En cuanto a la actividad inicial, el juego de tarjetas:*
  - a. *¿Algún grupo pudo resolver el problema sólo con las indicaciones iniciales?*
  - b. *¿Cuántos estudiantes elaboraron un plan de solución? (Paso 2 del método)*
  - c. *Cuando los grupos volvieron a jugar aplicando el plan de solución (paso 3 del método) ¿Cuáles fueron los resultados? ¿Algún grupo encontró la solución?*
  - d. *Los alumnos pudieron hacer lo que se indicaba en el paso 4 del método, ¿pudieron replantear el juego usando más tarjetas?*
10. *En cuanto a la explicación de los pasos del método para la resolución de problemas (con los carteles) ¿Cuáles fueron los resultados?*

11. En cuanto a la práctica de método para la resolución de problemas
- a. ¿Los problemas propuestos fueron los adecuados?
  - b. ¿Los alumnos y las alumnas pudieron aplicar el método de la resolución de problemas?
  - c. ¿Qué dificultades tuvieron los y las estudiantes?
12. ¿Fue posible aplicar la lista de cotejo? ¿Cuáles fueron los resultados?
13. Después de la aplicación de la guía ¿Cuál sería su valoración general del ejercicio realizado?

**SEGUNDA PARTE: Explicación de la concepción de las técnicas lúdicas en la investigación que se está realizando.**

**El rol del juego en la enseñanza de la matemática**

La actividad matemática ha tenido desde siempre un componente lúdico que ha sido el que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido. El juego, tal como el sociólogo J. Huizinga (1938) lo analiza en su obra *Homo Ludens*, presenta unas cuantas características peculiares<sup>100</sup>:

- Es una actividad libre, en el sentido de la paideia griega<sup>101</sup>, es decir, una actividad que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar.
- Tiene una cierta función en el desarrollo del hombre; el cachorro humano, como el animal, juega y se prepara con ello para la vida; también el hombre adulto juega y al hacerlo experimenta un sentido de liberación, de evasión, de relajación.
- El juego no es broma; el peor revienta juegos es el que no se toma en serio su juego.

---

<sup>100</sup> Villanueva de Moya, M. *La Papiroflexia como Recurso Didáctico en La Enseñanza de la Geometría*. Institución Educativa María Auxiliadora de Galapa, (2009), pp. 3.

<sup>101</sup> Paideia (en griego παιδεία, "educación" o "formación", a su vez de παις, *país*, "niño") era, para los antiguos griegos, la base de educación que dotaba a los varones de un carácter verdaderamente humano.

- El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.
- El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio.
- Existen ciertos elementos de tensión en él, cuya liberación y catarsis causan gran placer.
- El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican.
- A través de sus reglas el juego crea un nuevo orden, una nueva vida, llena de ritmo y armonía.

Un breve análisis de lo que representa la actividad matemática basta para permitirnos comprobar que muchos de estos rasgos están bien presentes en ella. La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico. Si el juego y la matemática, en su propia naturaleza, tienen tantos rasgos comunes, no es menos cierto que también participan de las mismas características en lo que respecta a su propia práctica. Esto es especialmente interesante cuando se plantea la búsqueda de los métodos más adecuados para transmitir a los alumnos y alumnas el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar y para proporcionar una primera familiarización con los procesos usuales de la actividad matemática.

### **Utilidades del juego en el aula<sup>102</sup>**

Los juegos sirven al docente para motivar su clase, hacerlas amenas, interesantes, atrayentes, activas y dinámicas; estimular las manifestaciones psíquicas en el desarrollo de sus funciones orgánicas, mentales y fisiológicas. El juego en el niño convierte todo lo aprendido en una habilidad disponible a ser aprovechado en el proceso educativo.

Todo ser humano, desde sus primeros años de vida y por su naturaleza activa, necesita del juego para ir construyendo su propia identidad. En los primeros años, el juego es sensorio motor lo que le permite un despliegue y un desarrollo de su

---

<sup>102</sup> Programa Nacional de Formación y Capacitación Permanente. *Guía de Trabajo del Módulo Matemática Lúdica*. Universidad Nacional de Trujillo y Ministerio de Educación, México, 2008, pp. 7 - 8.

motricidad, estructuración de su cuerpo y del espacio, así el conocimiento y la comprensión progresiva de la realidad.

El juego se centra en cuatro principales pilares:

**a) Desarrolla la personalidad**

Los juegos facilitan al niño y la niña una educación integral en los siguientes aspectos.

**Como medio de educación física.** Aporta a los aspectos de la soltura, agilidad, armonía, elegancia en los movimientos musculares que manifiestan y contribuyen en la formación estética del organismo, desarrolla los sentidos, favorece la agudeza visual, auditiva y táctil.

**Para el desarrollo de los intereses.** Debido a que se orienta a los intereses vitales del niño, provoca sanas manifestaciones psíquicas: como la emoción, la virilidad, el placer del movimiento y el encanto de la ilusión.

**Como medio de desarrollo intelectual.** Los niños desenvuelven con el lenguaje, la iniciativa y el ingenio. El juego despierta la atención y la capacidad de obsesión y acelera el tiempo recreacional.

**b) La formación educativa en las diferentes áreas del currículo.**

El juego no sólo tiene valor formativo, ya que también sirve para impartir el conocimiento en las diferentes áreas, desarrollándose con actividades significativas en el aprendizaje. Constituye el normal desenvolvimiento físico de los niños y niñas, el niño descubre sus capacidades y habilidades frente a sí mismo y su mundo, permitiendo que aprenda jugando actividades propuestas.

**c) Desarrollo social, psicológico, y sensorio motriz.**

El juego facilita que se incorpore al grupo social, logrando el respeto mutuo y solidaridad, en lo psicológico, permite el juego dar al niño y niña oportunidades para actuar con libertad frente a ciertas situaciones y desde el punto de vista del desarrollo motor, permite que el niño desarrolle su coordinación motora gruesa y fina.

**d) Desarrollo cognitivo del niño.**

La psicología de la conducta, manifiesta que no sólo la importancia radica en los ya expuestos anteriormente, sino es fundamental en el desarrollo cognitivo del niño. De allí se deduce que el juego es importante en todo el transcurso de la vida del individuo.

**Las actividades lúdicas y a resolución de problemas<sup>103</sup>**

Tradicionalmente se considera que en las primeras etapas del aprendizaje matemático sí que se puede utilizar juegos y materiales manipulativos. Pero que a partir de una determinada edad de los alumnos (que puede variar un poco, pero que en cualquier caso es anterior al comienzo de la Enseñanza Secundaria) hay que adentrarse en las matemáticas “serias”, que excluyen por completo las componentes lúdicas. Por eso no siempre es fácil hacer entender a todo los implicados en el proceso la conveniencia de considerar los aspectos relacionados con el juego en la educación matemática.

Cuando se afrontan conscientemente y con los materiales necesarios la introducción de juegos en la clase de matemáticas. Los hechos demuestran con claridad que se está en el buen camino.<sup>104</sup>

La relación entre juegos y resolución de problemas es mas estrecha en el caso de que tratemos de juegos de estrategia... ningún juego es estrictamente de un solo tipo, sino que la mayoría combinan el conocimiento, la estrategia y el azar.

Se puede utilizar también una secuencia de cuatro fases, similares a las de Polya para analizar los juegos y tratar de encontrar estrategias ganadoras (o no perdedoras al menos).

“Comprender el problema” sería entender los componentes del juego, el tipo de movimientos o la forma de actuar, el objetivo del juego y la forma de ganar, es decir la fase de familiarización con el juego.

---

<sup>103</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 64-65

<sup>104</sup> Corbalán, F. *Juegos Matemáticos Para Secundaria y Bachillerato*. Editorial Síntesis, España, 1994, pp. 41-55

## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

Para “Trazar un plan para resolverlo” hay que hacer toda una serie de pruebas (interiorizar los movimientos, resolver pequeños problemas, etc) e intentar relacionarlo con otros juegos que parezcan similares o con los tipos de estrategias ganadoras que se conozcan, y a partir de todo ello poner en marcha posibles estrategias para el juego que nos ocupe.

Para “Poner en práctica el plan” hay que llevar a la práctica las estrategias diseñadas, estudiar los movimientos de ataque y las posibles respuestas que nos podemos encontrar, para hacer que el juego progrese.

Para “Comprobar los resultados” hay que ver que si la estrategia que se ha puesto en marcha es siempre ganadora e intentar ver si es general, es decir, si sirve en todos los casos. E intentar incluso si es aplicable a otros juegos parecidos (y por supuesto, sin limitarse a un solo contrincante).

Es importante señalar que las partes más importantes para avanzar en el proceso de matematizaciones de las situaciones son las que corresponden a las fases posteriores a haber jugado, es decir, sobre todo la reflexión sobre el proceso que se ha seguido, que hay que realizar tanto de forma individual como en pequeño o gran grupo. Ahí es donde se explicarán los procesos seguidos y se obtendrán experiencias para otros juegos.

Dentro de la matematización de situaciones (en general de la resolución de problemas) es de importancia fundamental la formulación de hipótesis, y su comprobación posterior. Ese proceso es muy fácil de realizar con juegos y su puesta en práctica inmediata para su contraste. Y el premio que se consigue por las mejores hipótesis, cuando se contrastan con la realidad, se reconoce en seguida: ganando la partida o mejorando la posición. Por ello es muy útil para la práctica de las técnicas de resolución de problemas la utilización de juegos: a las motivaciones habituales para desear resolver un problema se añade el hecho de que si utilizamos buenas técnicas se ganan las partidas. Y ello constituye una motivación profunda de actuación para todas las edades, y todavía más en la adolescencia, la edad de nuestros alumnos.

**Visita # 6**

**Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López**

**Objetivo de la visita:** Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para el desarrollo del contenido semejanza de triángulos y la aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulos con los alumnos y alumnas.

**Guía para el desarrollo del contenido semejanza de triángulos y la aplicación del método de los cuatro pasos para la resolución de problemas.**

**Objetivo:** Descubrir el concepto de semejanza de triángulos y los criterios que permiten determinar si dos triángulos son semejantes o no para aplicarlos en la resolución de problemas

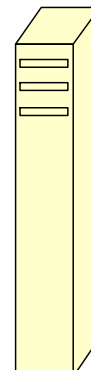
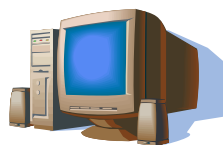
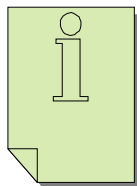
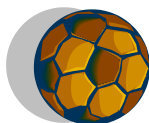
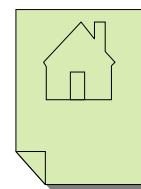
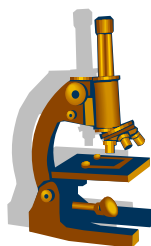
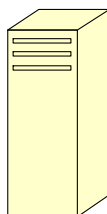
**Contenido: Semejanza de triángulos**

**Desarrollo:**

1. Se presenta el tema: Semejanza de triángulos y se indica que se iniciará realizando la siguiente actividad.
2. Se entrega a cada alumno y alumna una página con figuras distintas e indicaciones para trabajar con ellas. Se indica que se cuenta con 5 minutos para resolverla.

**Indicaciones:** Escribe en los espacios en blanco los números de figuras que correspondan a las características descritas (sólo se puede escoger dos figuras para cada respuesta)

1. Dos figuras exactamente iguales son: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
2. Dos figuras que tienen la misma forma son: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
3. Dos figuras que tienen el mismo tamaño son: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
4. Dos figuras que se parecen son: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_
5. Dos figuras semejantes son: \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_



3. En plenaria se comparan las repuestas y se discute el porqué de las diferencias. La única pregunta en la que todos y todas deberían coincidir es

en la primera, ya que sólo hay dos figuras exactamente iguales, las tostadoras de pan.

4. Se explica que se va centrar la atención en la palabra “semejante” se pregunta:
  - ¿A qué nos referimos cuando utilizamos la palabra semejante? Se escuchan las respuestas
  - ¿Las palabras “semejante” e “igual” significan lo mismo? Se escuchan las respuestas
  
5. Se explica que la palabra semejanza es utilizada normalmente para hacer referencia a objetos que se parecen en tamaño, forma, color, o en alguna otra característica.
  - *El color del automóvil de Pedro es **semejante** al color del automóvil de María.*
  - *La pelota de ping-pong es **semejante** a la de fútbol.*
  - *La estatura de Marcela es **semejante** a la de Enrique.*
  - *Los gemelos Ramírez son tan **semejantes** que es difícil diferenciarlos.*
  - *La llave que usa Sofía, para abrir la puerta de su casa, es **semejante** a la de su hermano José.*
  
6. Se indica que se revisen nuevamente las figuras del ejercicio anterior y que se mencionen parejas de figuras semejantes explicando las razones por las que se han seleccionado.
  
7. Se resume: *El uso del concepto de semejanza en el lenguaje cotidiano se refiera al "parecido", en una o más características, que existe entre dos personas u objetos.*

8. Se indica que se pasará a estudiar el concepto de semejanza en matemática se entrega el siguiente texto para que se lea de manera individual. Se da un tiempo de 5 para hacerlo.

**El concepto de semejanza en matemática**

*El concepto de semejanza en matemática está muy ligado al concepto de **proporcionalidad**. En esta ciencia se dice que dos objetos son semejantes si "guardan" una proporción entre ellos. Veamos algunos ejemplos de la relación existente entre semejanza y proporcionalidad.*

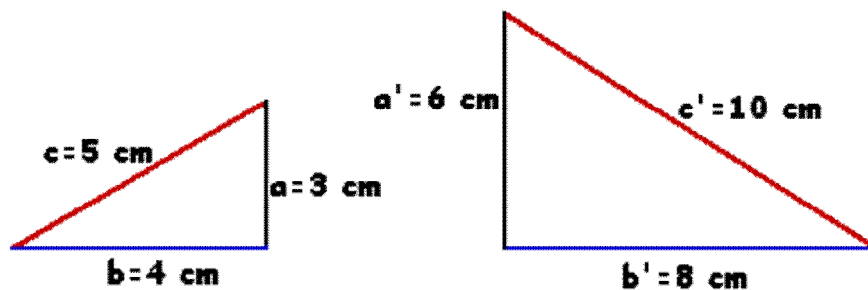
- 1. La construcción de modelos a escala (aviones, barcos y edificios, entre otros) requiere de una buena aplicación de los conceptos de semejanza y proporcionalidad, esto con el fin de que la maqueta sea lo más semejante posible al objeto real, además de guardar una proporcionalidad adecuada, en otras palabras, el tamaño de cada una de sus partes debe estar acorde con el tamaño que el objeto tiene en la realidad.*
- 2. Dos fotografías de la misma persona, una de tamaño 3x4 pulgadas que luego es ampliada a 6x8 pulgadas. Ambas son semejantes y tienen una misma proporción, ya que una es la ampliación de la otra tanto a lo ancho como a lo largo y con una misma razón, o sea, las divisiones de sus lados correspondientes son de igual valor.*
- 3. Dos anillos idénticos, cuyos diámetros son exactamente iguales, guardan la misma proporción y semejanza entre cada una de sus partes (circunferencia, radio, área, diámetro).*

*El último ejemplo refleja que siempre, dos objetos que son del mismo tamaño y forma se pueden catalogar como semejantes. Se debe tener cuidado con la afirmación inversa, es decir, objetos de diferente tamaño no son siempre semejantes, todo depende de que guarden o no la misma proporción, tal es el caso de los ejemplos uno y dos. En otras palabras, para que dos objetos sean*

*semejantes bajo la concepción matemática, no siempre tienen que ser iguales.*

**Resumiendo: Dos figuras son semejantes si guardan una proporción entre cada una de sus partes respectivas.**

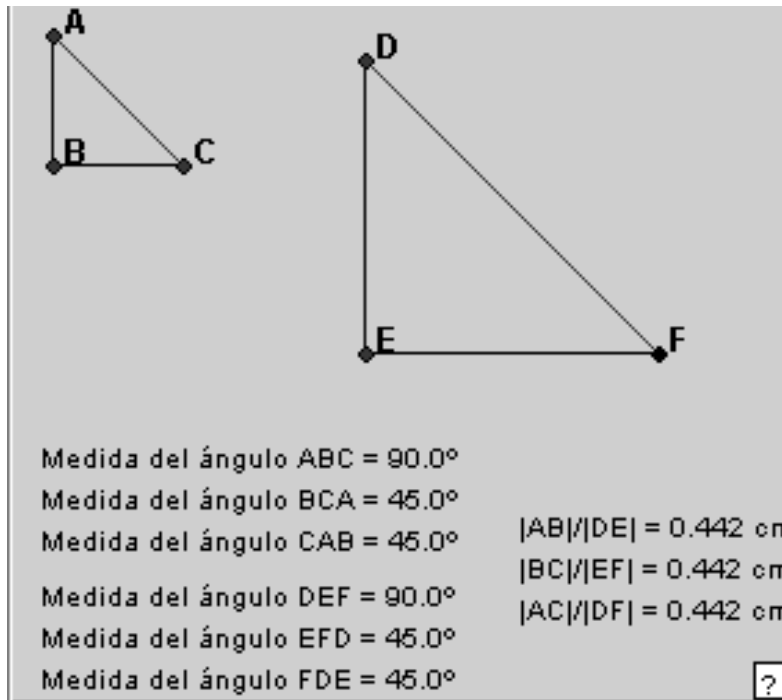
9. Se pregunta: ¿Qué otros ejemplos podríamos mencionar de objetos que son semejantes? Se escuchan las respuestas.
10. Se indica que para entender el concepto de **TRIÁNGULOS SEMEJANTES**, es necesario el conocimiento de lo que son **lados correspondientes (u homólogos)** y lo que es **proporcionalidad**.
11. Se presentan los siguientes triángulos en trozos de papel lo suficientemente grandes para que todos y todas los vean.



12. Se indica que en los triángulos anteriores, los lados correspondientes (u homólogos) son respectivamente:
- c** y **c'** (lado grande y lado grande)
  - a** y **a'** (lado pequeño y lado pequeño)
  - b** y **b'** (lado mediano y lado mediano)
13. Se pide que se calcule el valor de la división entre los lados homólogos (correspondientes). El resultado que se obtiene es 2 (dividiendo 10 entre 5, 8 entre 4 y 6 entre 3), este valor recibe el nombre de razón y cuando la

razón es igual en todos y cada uno de los lados correspondientes, se dice que los lados son proporcionales.

14. Se entrega una copia de la siguiente figura y se hacen las siguientes preguntas.



- ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo ABC?
  - ¿Cuáles son las medidas de los ángulos del triángulo DEF?
  - ¿Qué relación existe entre ambas medidas?
  - ¿Cuál es la razón existente entre los lados homólogos, o sea, los lados correspondientes?
  - ¿Son proporcionales los lados homólogos?
  - ¿Cómo se podrían definir los triángulos semejantes?
15. En un cartel, se da la siguiente definición de triángulos semejantes: **Dos triángulos son semejantes si los ángulos homólogos son congruentes (iguales) y los lados homólogos son proporcionales.**

16. Se presentan y explican las siguientes recomendaciones: cuando se dice que el triángulo ABC es semejante con el triángulo DEF, se escribe:

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

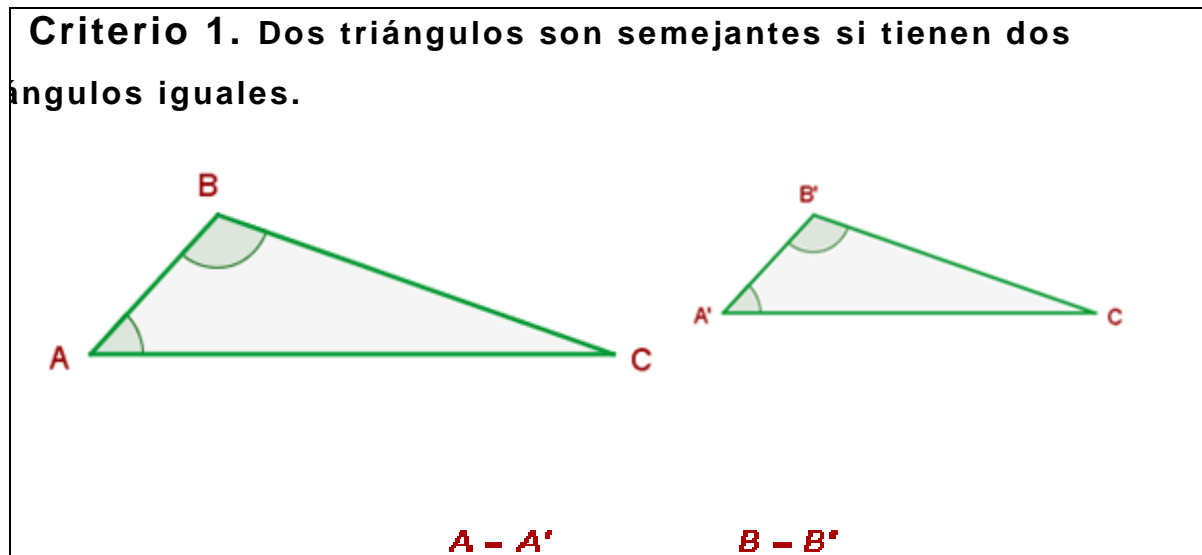
Es muy importante el orden en que se escriban los vértices de cada triángulo, ya que esto establece los ángulos y los lados homólogos.

En el ejemplo anterior se tiene que:

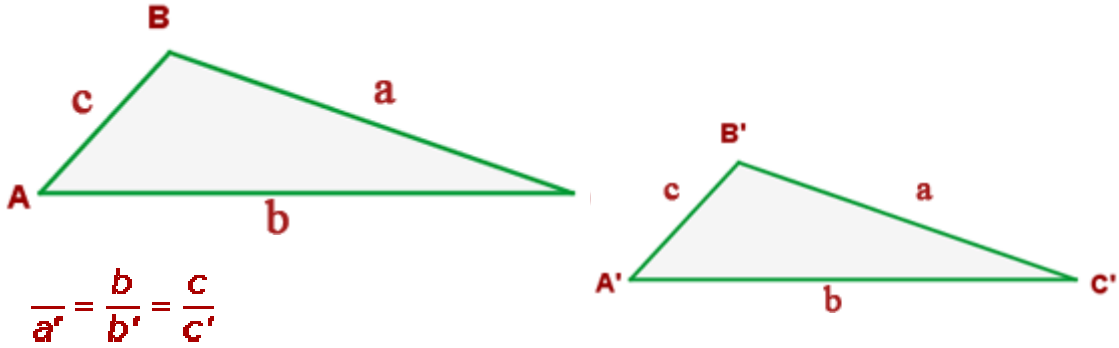
- a. El vértice A es homólogo con el vértice D.
- b. El vértice B es homólogo con el vértice E.
- c. El vértice C es homólogo con el vértice F.
- d. Lado AB es homólogo con lado DE.
- e. Lado BC es homólogo con lado EF.
- f. Lado AC es homólogo con lado DF.

17. Ahora bien, sería muy tedioso estar verificando para cada par de triángulos estas dos condiciones. Para comprobar si dos triángulos son semejantes existen criterios de semejanza, los cuales ayudan a determinar la semejanza o no de dos triángulos.

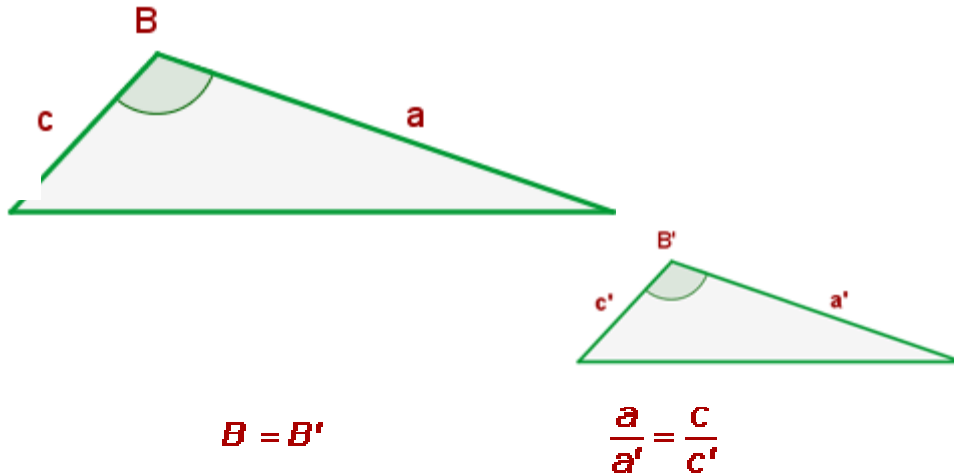
18. Se presentan los criterios de semejanza en un cartel



**Criterio 2. Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.**



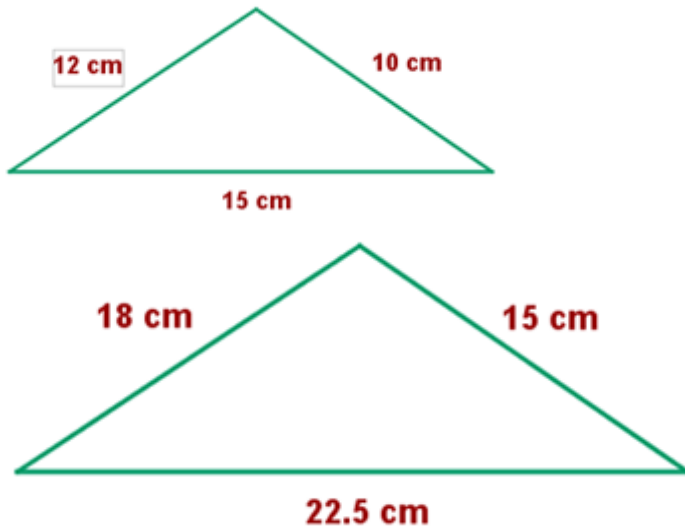
**Criterio 3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.**



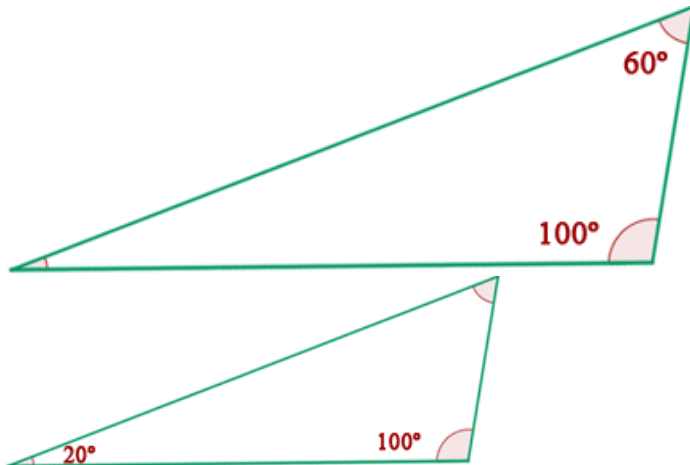
19. Se entrega la siguiente guía de ejercicios y se orienta su resolución

## Ejercicios

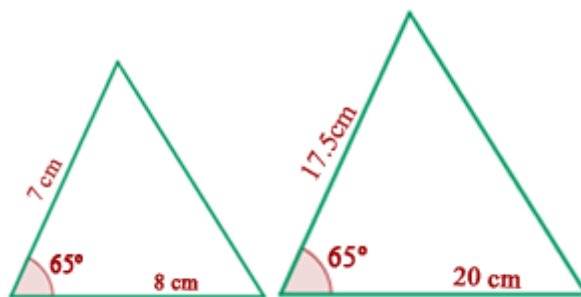
Razone si son semejantes los siguientes triángulos:



Son **semejantes** porque tienen los **lados proporcionales**.



Son **semejantes** porque tienen **dos ángulos iguales**.



Son **semejantes** porque tienen **dos lados proporcionales** y un **ángulo igual**.

20. Se presenta el siguiente problema y se pide a los alumnos y alumnas que lo resuelvan aplicando los cuatro pasos para la resolución de problemas (explicados en la sesión anterior).

*Cuando un sabio Griego se encontraba en Egipto, hacia el año 600 antes de nuestra era, un enviado del Faraón le pidió en nombre del soberano, que calculara la altura de la gran Pirámide de Keops. En efecto corría la voz de que el sabio sabía calcular la altura de construcciones elevadas por arte geométrica, sin subir a ellas.*

*El sabio se apoyó en su bastón y espero hasta que a media mañana la sombra del bastón, manteniéndolo en posición vertical, tuviera una longitud igual a la del bastón.*

*¿Cómo podría el sabio conocer la altura de la gran pirámide, con esa información?*

*¿Esa situación se relaciona con la semejanza de triángulos? ¿Cómo?*

21. Se da un tiempo para que los alumnos y alumnas resuelvan el problema y luego se hace una plenaria para poner en común los resultados. Si nadie lo ha resuelto la maestra orienta la resolución del problema

**Tiempo:** Dos horas clase

**Recursos:** Pagina con figuras de semejanza, papelógrafo con triángulos para comprender el concepto de proporcionalidad y lados homólogos, copias con las figuras de los triángulos para explicar el concepto de semejanza de triángulos, concepto de semejanza de triángulos en cartel, cartel con criterios de semejanza, guía de ejercicios y problema.

Visita # 7

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivos de la visita:**

- Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados de la aplicación de la guía sobre el desarrollo del contenido semejanza de triángulos.
- Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para la resolución de problemas sobre semejanza de triángulo aplicando una técnica lúdica.

**PRIMERA PARTE: Recolección de resultados sobre la aplicación de la guía relacionada con el contenido de semejanza de triángulos.**

Se realiza la siguiente entrevista a la docente sobre los resultados de la aplicación de la guía.

**Guía para la entrevista 3**

8. *¿En qué fecha se aplicó la guía sobre semejanza de triángulos con los alumnos y las alumnas?*
9. *¿Cuántos alumnos y alumnas estuvieron presentes ese día?*
10. *En cuanto a la actividad inicial de clasificación de figuras, ¿Cuál fue el numeral que presentó más dificultades para los alumnos y las alumnas?, ¿Cuál presentó menos dificultad?*
11. *En cuanto a la definición de semejanza de triángulos, ¿Fue difícil establecer el concepto? Si, no, ¿Por qué?*
12. *En cuanto al planteamiento de los criterios de semejanza de triángulos, ¿Hubo dificultades de comprensión por parte de los alumnos o alumnas? Si, ¿cuál? no, ¿por qué?*
13. *En cuanto a la resolución del problema del sabio:*
  - *¿Pudieron los alumnos y las alumnas encontrar la manera en que el sabio calculó la altura de la pirámide? ¿Cuál?*

- *¿Pudieron los alumnos y las alumnas aplicar el método de los cuatro pasos para la resolución de problemas?*
- *¿Pudieron los alumnos y las alumnas encontrar la aplicación de un criterio de semejanza de triángulos para la situación del sabio?*  
*¿Cuál?*

14. *¿Cuál es su valoración general sobre la aplicación de la guía con los alumnos y las alumnas?*

**SEGUNDA PARTE: Explicación de la guía de aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre triángulos semejantes.**

**Objetivo:** Ejercitar la resolución de problemas, aplicando el método de los cuatro pasos en actividades lúdicas para luego aplicarlo a situaciones del entorno.

**Contenido:** Resolución de problemas sobre semejanza de triángulos.

**Recursos:** Triángulos elaborados con cartulina de colores, copias de los anexos y de los tableros para el juego, reglas graduadas en centímetros, calculadoras, lápices, borradores, copias con la actividad de evaluación.

**Desarrollo:**

1. Se presenta el tema de la jornada de clases y se retoma la situación planteada al final de la guía anterior.

*Cuando un sabio griego se encontraba en Egipto, hacia el año 600 antes de nuestra era, un enviado del Faraón le pidió en nombre del soberano, que calculara la altura de la gran pirámide de Keops. En efecto corría la voz de que el sabio sabía calcular la altura de construcciones elevadas por arte geométrico, sin subir a ellas.*

*El sabio se apoyó en su bastón y esperó hasta que a media mañana la sombra del bastón, manteniéndolo en posición vertical, tuviera una longitud igual a la del bastón.*

*¿Cómo podría el sabio conocer la altura de la gran pirámide, con esa información?*

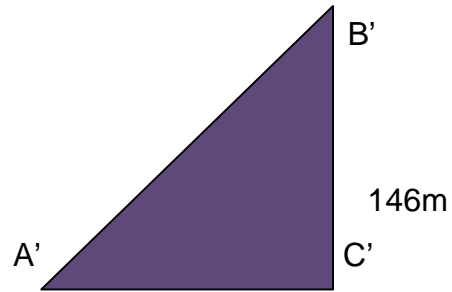
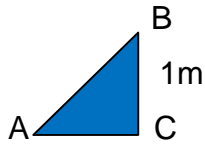
*¿Esa situación se relaciona con la semejanza de triángulos? ¿Cómo?*

2. Se espera que una buena parte de los alumnos y alumnas hayan podido llegar a la siguiente conclusión: *El sabio pudo calcular la altura de la pirámide midiendo la longitud de la sombra de la misma, en el instante en el que la sombra del bastón tenía una longitud igual a su altura así, si la longitud de la sombra de la pirámide era por ejemplo 100 m, la altura de la pirámide sería 100 m.*
3. Se pregunta a los alumnos y alumnas si encontraron alguna relación entre la situación del sabio y la semejanza de triángulos. Aquí se espera que los alumnos y las alumnas expresen la situación del sabio de la siguiente manera:



4. Se pregunta:
- ¿Qué representa el lado  $\overline{BC}$ ? (la altura del bastón del sabio).
  - ¿Qué representa el lado  $\overline{B'C'}$ ? (la altura de la pirámide).
  - ¿Qué representa el lado  $\overline{AC}$ ? (la longitud de la sombra del bastón del sabio).
  - ¿Qué representa el lado  $\overline{A'C'}$ ? (la longitud de la sombra de la pirámide).
  - ¿Qué criterio de semejanza se podría utilizar para determinar si los triángulos ABC y A'B'C' son semejantes? (el criterio que se aplica de manera inmediata es el criterio 3: *Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.*)

5. Se verifica con los alumnos y alumnas el criterio de semejanza, suponiendo las siguientes medidas:



Lados proporcionales:  $\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}}$

$$\frac{146m}{1m} = \frac{146m}{1m} = 146 \text{ (razón de proporcionalidad)}$$

Ángulos comprendidos entre los lados proporcionales:  $\angle C$  y  $\angle C'$ , ambos son rectos (90 grados).

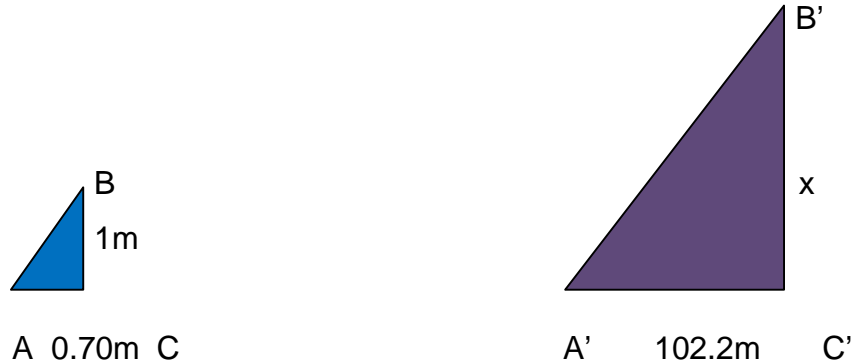
6. Se plantea la siguiente situación: *Supongan que el sabio recibe del Faraón, la orden de medir la altura de la pirámide de manera inmediata, de lo contrario lo esclavizará. El sabio no tendrá tiempo de esperar a que la longitud de la sombra del bastón sea igual a su altura.*

¿Cómo podría utilizar el sabio el criterio de semejanza para librarse de la esclavitud? En el momento en que recibe la orden del Faraón, la longitud de la sombra del bastón es 0.70m (la altura del bastón es 1m).

7. Se invita a los alumnos y alumnas a resolver la situación, utilizando el método de los cuatro pasos para la resolución de problemas. Se orienta su aplicación:

- **Paso 1: Comprensión del problema**

Se verifica la comprensión del problema, pidiendo a algunos alumnos o alumnas que expliquen con sus palabras la situación y luego se invita a realizar un esquema de la misma.



- **Paso 2: Elaboración de un plan**

Se pide a los alumnos y alumnas que planteen la razón de proporcionalidad entre los lados correspondientes de los triángulos

$$\frac{102.2m}{0.70m} = \frac{x}{1m}$$

Se plantea la siguiente proporción: **102.2 : 0.70 :: x : 1**

- **Paso 3: Ejecución del plan**

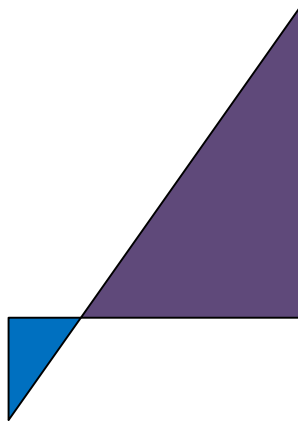
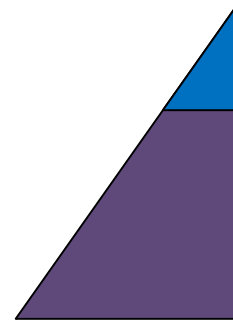
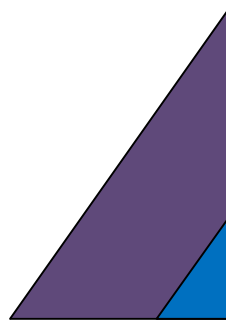
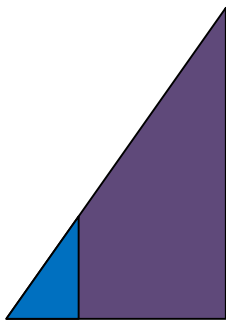
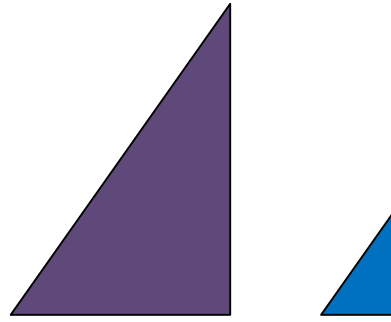
Se explica la manera de resolver la proporción  $x = \frac{102.2(1)}{0.70} = 146$

Por tanto la altura de la pirámide es, como ya lo sabíamos: **146m**

- **Paso 4: Visión retrospectiva**

La maestra, utilizando dos figuras que representan a los triángulos anteriores, invita a los alumnos y alumnas a observar las siguientes posiciones de los mismos y a ubicar en ellas los lados proporcionales para cada caso:

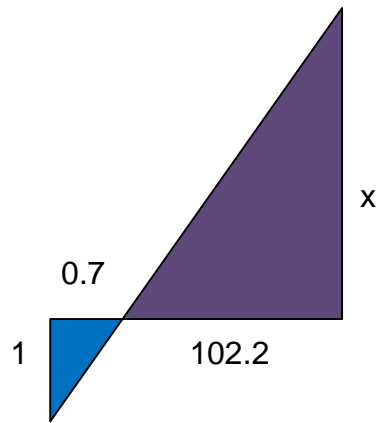
ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR



8. Con base en la última figura, la maestra explica la manera en que se plantean las razones para encontrar la longitud desconocida de alguno de los catetos de los triángulos.

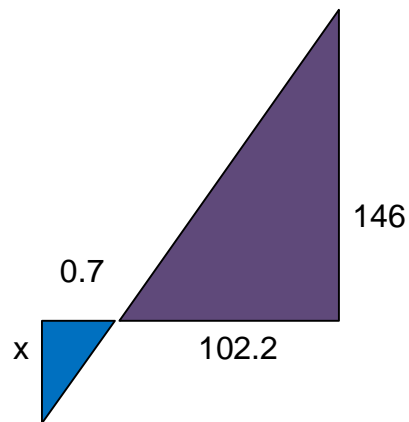
$$X : 1 :: 102.2 : 0.7$$

$$x = \frac{(1)102.2}{0.7} = 146$$



$$146 : x :: 102.2 : 0.7$$

$$x = \frac{(146)(0.7)}{102.2} = 1$$



9. Se plantea el juego: “**Tiro Geométrico**”

- Materiales: Cada equipo de jugadores y jugadoras deberá disponer de al menos dos tableros de juego, una regla, una calculadora, un lápiz y un borrador.
- Número de jugadores: Grupos de cuatro, dos contra dos.
- Procedimiento:
  1. Se indica que se formen grupos de cuatro alumnas o alumnos y que en cada grupo se formen las parejas que jugarán una contra la otra.
  2. Cada grupo de cuatro jugadores recibe un tablero y deberá tener a mano una calculadora, una regla, lápiz y borrador.

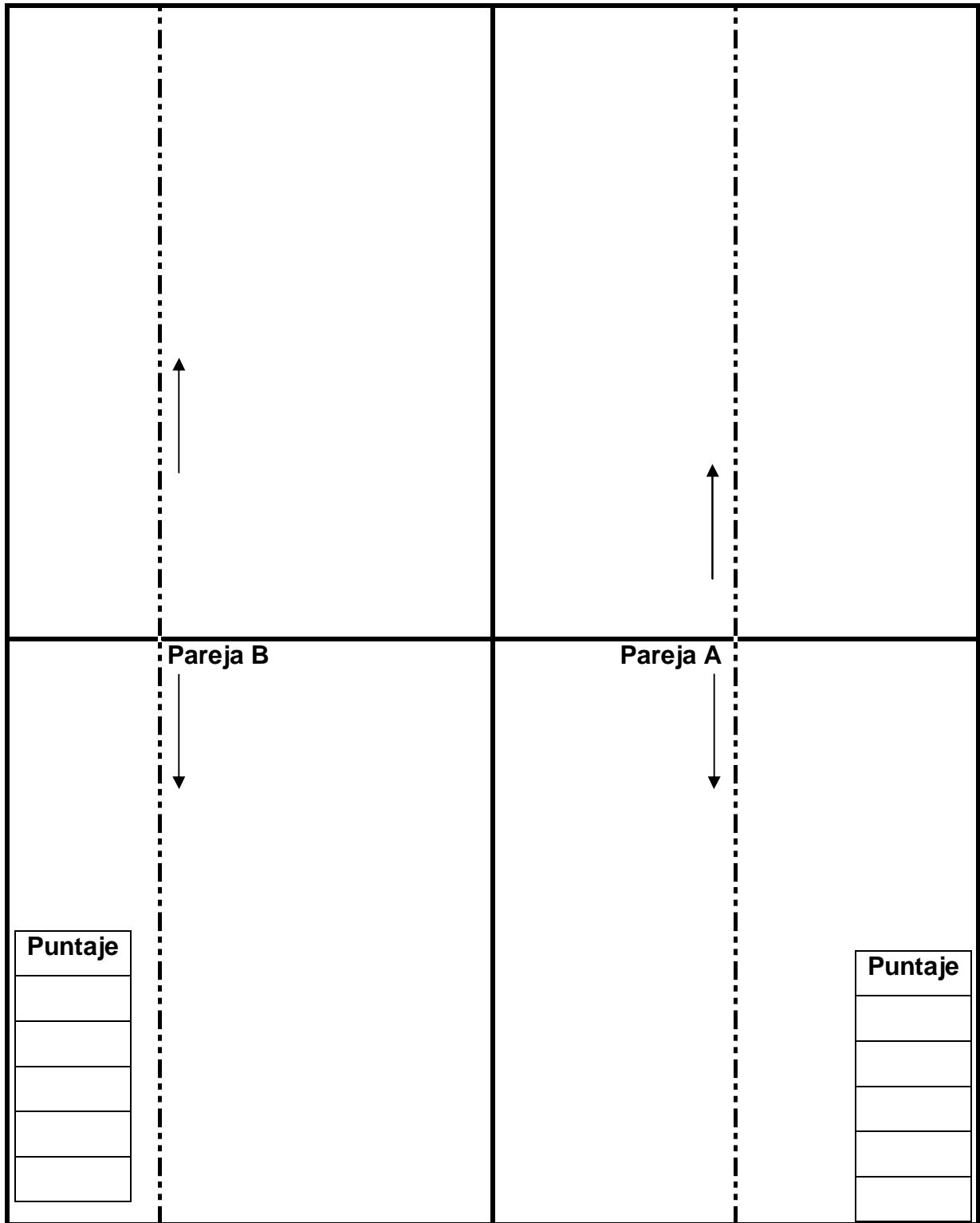
## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

3. Se explica que el objetivo del juego es acumular cinco puntos antes que la pareja contraria, por medio de líneas rectas (tiros) que deben pasar siempre por el centro del tablero y acierten en la posición de la pareja contraria. Cada pareja tendrá únicamente una oportunidad de tiro por turno y un tiempo máximo de 3 minutos para calcularlo.
4. Se determina qué pareja inicia el juego (puede hacerse por sorteo), por ejemplo si inicia la **pareja A**, ésta se desplaza hacia la izquierda o hacia la derecha de su posición inicial a través de la línea punteada una distancia que, luego de medirla con la regla, dirá en voz alta.
5. La **pareja B**, deberá calcular la distancia que tiene que desplazarse a partir de su posición inicial y en sentido contrario al movimiento de la **pareja A**, marcarla sobre la línea punteada y trazar a partir de ahí, una línea recta (tiro) que pase por el centro del tablero y acierte en la posición de la pareja contraria.
6. Si la **pareja B** acierta el tiro, gana un punto, lo anota en su casilla y tendrá el derecho a desplazarse hacia otro lugar.
7. sobre la línea punteada, partiendo siempre de su posición inicial.
8. Si la **pareja B** no acierta el tiro, el punto se lo anota la **pareja A**, la cual podrá desplazarse ahora hacia otro lugar sobre la línea punteada y la **pareja B**, deberá calcular la distancia que tendrá que desplazarse en sentido contrario para hacer un tiro que, pasando por el centro del tablero, dé en el blanco.
9. Se continúa el juego hasta que una de las dos parejas acumule cinco puntos.

## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

- La maestra explica las reglas del juego a través de un tablero ampliado ubicado en la pizarra, e indica a los grupos de jugadores y jugadoras, que la manera correcta de calcular la distancia para efectuar el tiro está en relación con lo que se ha estudiado anteriormente sobre la semejanza de triángulos. Se aclara que las cantidades que resulten de los cálculos se aproximarán a un decimal.
10. Se da un tiempo para que los grupos practiquen el juego. Se verifica si se han comprendido las reglas. Si después de un tiempo, ningún grupo descubre la manera correcta para calcular la distancia de tiro, la maestra interviene dando algunas pistas.
11. Se permite que los grupos continúen practicando el juego hasta que la mayoría realice los cálculos correctos para efectuar el tiro. Si algún grupo solicita un nuevo tablero de juego, se le entrega.

JUEGO: TIRO GEOMETRICO



## Resolución de problemas

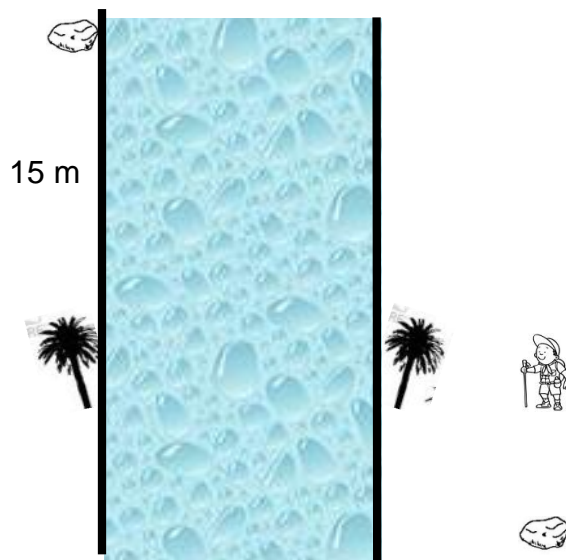
Se plantea la resolución de los siguientes problemas como actividad de evaluación

### Problema 1

*Una joven exploradora necesita calcular el ancho de un río en un punto en el que las orillas son paralelas. Hay dos palmeras ubicadas una a cada lado del río (**A** y **B**) alineadas entre sí de manera perpendicular a la orilla del río. Además, en las orillas del río hay unas rocas colocadas a la distancia indicada en la figura.*

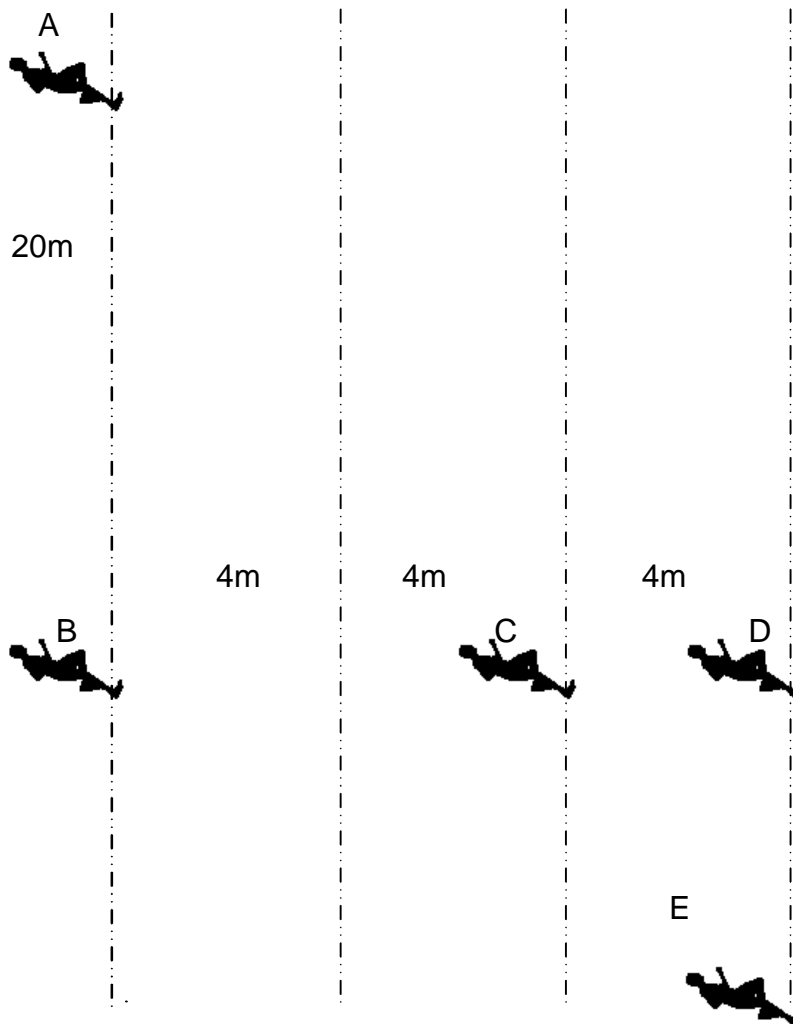
*Se desea colocar una cuerda entre las dos palmeras para poder cruzar el río. La joven no puede cruzar el río nadando, ya que es muy peligroso y sólo cuenta con una cinta métrica en su mochila.*

*¿Cómo podrá la joven calcular la longitud mínima de la cuerda que utilizará para cruzar el río? ¿Le sería útil la semejanza de triángulos? ¿Cómo?*



**Problema 2**

En una competición de atletismo, los corredores A, B, C, D y E llevan las posiciones que se indican en la pista.



- ¿Cuál es la distancia de ventaja que lleva el corredor A sobre los corredores B, C y D?
- ¿Cuál es la distancia de ventaja que lleva el corredor A sobre el corredor E?

**Tiempo:** Dos horas clase.

**Visita # 8 y 9**

**Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López**

**Objetivo de las visitas:** Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos, utilizando una técnica lúdica.

**NOTA IMPORTANTE:** En la visita realizada el 17 de septiembre no se pudo terminar la aplicación de la técnica lúdica, ya que el tiempo disponible no era el suficiente, es por eso que se continuo el 20 de septiembre.

**GUIA PARA LA OBSERVACION DE LA APLICACION DE UNA TECNICA LUDICA PARA RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON LA SEMEJANZA DE TRIANGULOS**

**Fecha de aplicación de la guía:** 17 de septiembre de 2010

**Número de alumnos presentes:** 32 alumnos presentes  
(21 mujeres y 11 mujeres)

**Duración de la aplicación:** 3 horas clase

**Desarrollo de la guía.**

**Los alumnos y las alumnas:**

9. ¿Recordaron el problema del sabio que debía calcular la altura de la pirámide con ayuda de su bastón?
10. ¿Encontraron la relación entre la situación del sabio y el tercer criterio de semejanza de triángulos?
11. ¿Comprendieron la manera de plantear la proporción para encontrar la longitud de alguno de los lados de dos triángulos semejantes?
12. ¿Comprendieron la aplicación del método de los cuatro pasos para la

resolución de la nueva situación planteada al sabio para el cálculo de la altura de la pirámide?

13. ¿Identificaron los lados proporcionales en las diferentes posiciones de los triángulos semejantes?

14. ¿Comprendieron las reglas para el juego “Tiro Geométrico”?

15. ¿Qué dificultades tuvieron mientras practicaron el juego?

16. ¿Aplicaron el método de los cuatro pasos para la resolución de los problemas planteados?

- En el paso 1: Comprensión del problema, ¿Hicieron un esquema de la situación? ¿Hicieron referencia al juego?
- En el paso 2: Concepción de un plan, ¿vieron una relación entre lo practicado en el juego y la situación planteada? ¿Pudieron plantear la expresión matemática que permitía resolver el problema?
- En el paso 3: Ejecución del plan, ¿pudieron resolver la situación planteada en los problemas? ¿Encontraron una respuesta?
- En el paso 4: Visión retrospectiva, ¿expresaron haber aprendido algo con el proceso de resolución? ¿pudieron plantear nuevas situaciones?

Visita # 10

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivos de la visita:**

- Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con la semejanza de triángulos.
- Revisar y discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, la guía para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos aplicando una técnica lúdica.

**PRIMERA PARTE: Recolección de los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica relacionada con la semejanza de triángulos.**

Se realiza la siguiente entrevista a la docente sobre los resultados de la aplicación de la guía.

**Guía para la entrevista 4**

8. *¿Los alumnos y las alumnas recordaron el problema del sabio?  
¿Lo relacionaron con la semejanza de triángulos?*
9. *Cuando se planteó la nueva situación para el sabio, ¿comprendieron los alumnos y las alumnas la relación con el criterio 3 de semejanza de triángulos?*
10. *¿Comprendieron los alumnos y las alumnas la resolución de la nueva situación del sabio, aplicando el método de los cuatro pasos?*
11. *¿Lograron los alumnos y las alumnas identificar la semejanza en las diferentes posiciones que se colocaron los triángulos?*
12. *¿Los alumnos y las alumnas relacionaron el procedimiento del juego “Tiro*

Geométrico” con la semejanza de triángulos?

13. ¿Jugaron los alumnos y las alumnas realizando los cálculos, según el término desconocido en la proporción de semejanza de triángulos?
14. Cuando se plantearon los problemas sobre la semejanza de triángulos ¿Aplicaron los alumnos y las alumnas los elementos del juego para la resolución?

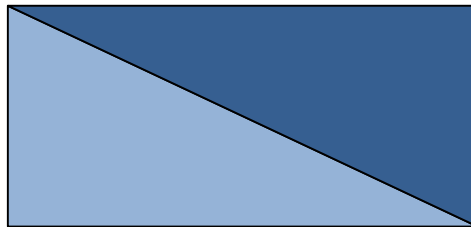
**SEGUNDA PARTE: Presentación de la guía de aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos.**

**Objetivo:** Ejercitar la resolución de problemas, aplicando el método de los cuatro pasos en actividades lúdicas para luego aplicarlo a situaciones del entorno.

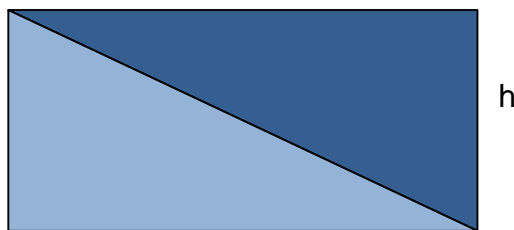
**Contenido:** Resolución de problemas sobre área de triángulos.

**Desarrollo:**

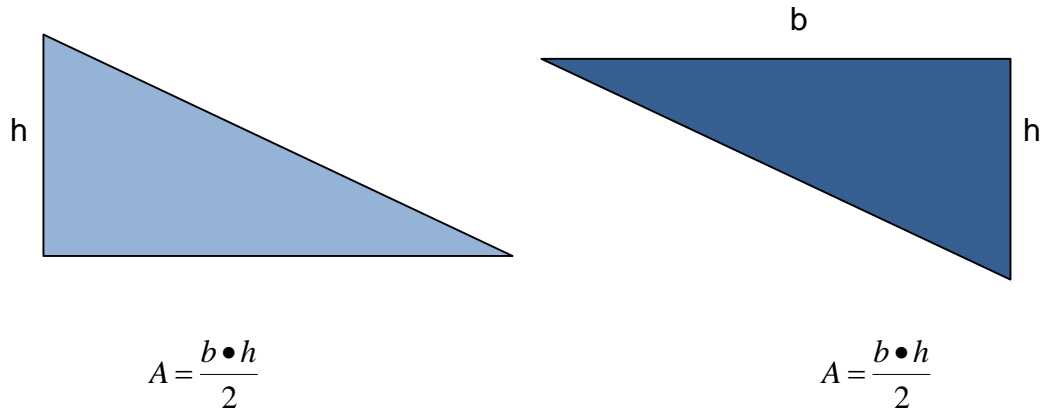
1. Utilizando dos triángulos rectángulos (elaborados en cartulina), unidos por sus hipotenusas, la maestra formara un rectángulo de la siguiente manera.



2. Partiendo de sus conocimientos previos sobre el área de un rectángulo y su fórmula para encontrar dicha área, se deducirá la fórmula del área de un triángulo.



$$A = b \cdot h$$



3. La maestra propone el cálculo de áreas para diferentes triángulos.

4. Se plantea el juego: **“Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado”**

Materiales.

Cada pareja de jugadores y jugadoras deberá disponer de:

- seis triángulos color anaranjado con una base 12.8cm. y una altura de 6.4cm. cada uno. (Área = 81.92 cm<sup>2</sup> )
- seis triángulos color verde con una base de 8.9cm. y una altura de 4.6cm cada uno. (Área = 40.94 cm<sup>2</sup> )
- Diez triángulos color amarillo con una base de 6.4cm. y una altura de 3.2cm. cada uno. (Área = 20.48 cm<sup>2</sup> )
- una calculadora, un lápiz y un borrador.

Número de jugadores: 2

Procedimiento:

- a) Se indica que se formen parejas de alumnas o alumnos. Cada pareja recibirá un sobre con 22 triángulos de diferentes tamaños y colores (6 de color

## ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

anaranjado grandes, 6 de color verde medianos y 10 de color amarillo pequeños), de los cuales elegirán uno de cada tamaño y calcularán el área respectiva, además deberá tener a mano una calculadora, una regla, lápiz y borrador.

b) Se explica que el objetivo del juego es ganar puntos en el menor tiempo posible, formando figuras cuadradas, con un área determinada, utilizando el número de triángulos que se les indicara.

c) Se van dando uno a uno los siguientes criterios para formar los cuadrados.

1. Con cuatro triángulos, formar un cuadrado que tenga un área de  $163.8 \text{ cm}^2$

2. Con seis triángulos, formar un cuadrado que tenga un área de  $163.8 \text{ cm}^2$

3. Con cuatro triángulos formar un cuadrado que tenga un área de  $40.95 \text{ cm}^2$

4. Con cinco triángulos formar un cuadrado que tenga un área de  $81.89 \text{ cm}^2$

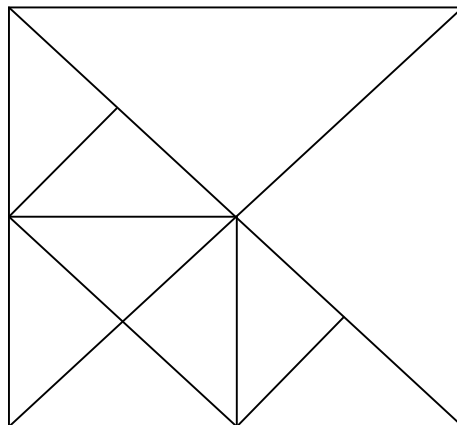
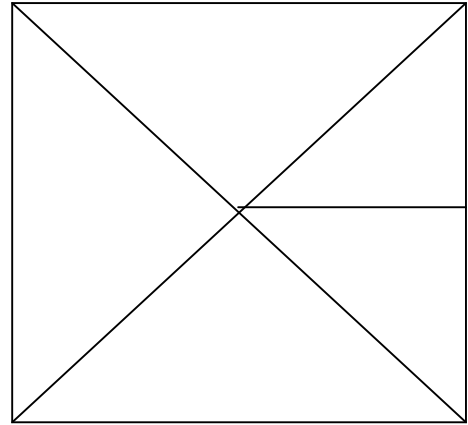
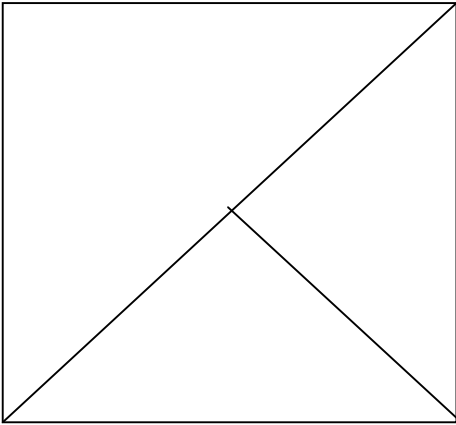
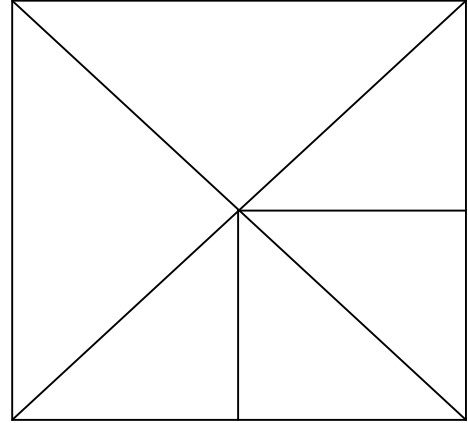
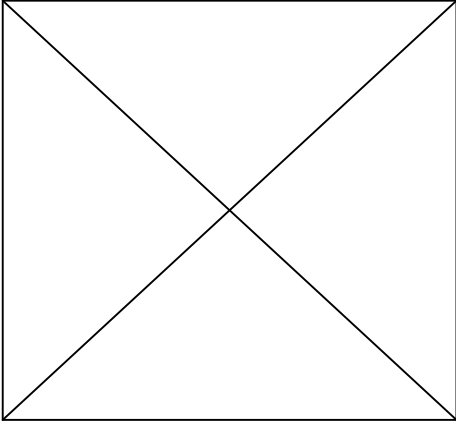
5. Con diez triángulos formar un cuadrado que tenga un área de  $163.84 \text{ cm}^2$

d) Se da un tiempo para que las parejas practiquen el juego. Se verifica si se han comprendido las reglas. Si después de un tiempo, ningún grupo descubre la manera correcta para formar el cuadrado que se le pide, la maestra interviene dando algunas pistas.

e) Se permite que las parejas continúen practicando el juego hasta que la mayoría realice los cálculos correctos para formar los cuadrados.

ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

Solución:



**Recursos:** Triángulos elaborados con cartulina de colores, reglas graduadas en centímetros calculadoras, lápices, borradores, copias con la actividad de evaluación.

**Evaluación:**

**Resolución de problemas**

Se plantea la resolución de los siguientes problemas como actividad de evaluación.

**Problema 1**



Un padre desea heredar sus tierras a sus tres hijos e hijas. Desea hacerlo de manera equitativa según el tamaño de la familia de cada uno.

El hijo mayor tiene 4 hijos y los otros dos hijos tienen 2 hijos cada uno.

Como podría el padre repartir el terreno de manera equitativa si sus tierras miden 10.3 Km de largo y 10.3 km de ancho y además desea dividir su tierra en parcelas triangulares.

**Problema 2**



Se necesita cambiar una de las velas de un barco impulsado por la fuerza del viento. Pero sólo se cuenta con 350 dólares para comprar la tela.

Si cada yarda de tela para la nueva vela cuesta \$6 y las medidas de la vela en forma de triángulo son 7.8 m de base y 16 m de altura,

¿Alcanzan los \$350 para la nueva vela?

Visita # 11

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivo de la visita:** Observar la aplicación de la guía sobre la resolución de problemas relacionados con el área del triángulo, utilizando una técnica lúdica.

**GUIA PARA LA OBSERVACION DE LA APLICACION DE UNA TECNICA LUDICA PARA RESOLVER PROBLEMAS RELACIONADOS CON EL AREA DEL TRIANGULO**

**Fecha de aplicación de la guía:** 22 de septiembre de 2010

**Número de alumnos presentes:** 32 alumnos presentes

(21 mujeres y 11 hombres)

**Duración de la aplicación:** 2 horas clases

**Desarrollo de la guía.**

**Los alumnos y las alumnas:**

9. ¿Recordaron la fórmula para encontrar el área de un rectángulo?
10. ¿Comprendieron que el rectángulo puede dividirse en dos triángulos exactamente iguales?
11. ¿Comprendieron que al dividir el rectángulo en dos triángulos iguales, también queda dividida su área en dos áreas exactamente iguales?
12. ¿Lograron identificar que el área del triángulo es la mitad del producto de su base y su altura?
13. ¿Comprendieron las reglas para el juego “**Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado**”?
14. ¿Realizaron los cálculos correctos para encontrar las áreas de cada uno de los triángulos elegidos (3 de diferentes tamaños)?

**15.** ¿Comprendieron que para formar cada uno de los cuadrados, debían utilizar triángulos de diferentes tamaños y tenían que conocer el área de cada uno de ellos para que al sumar esas áreas les diera como resultado el área pedida?

**16.** ¿Comprendieron la aplicación del método de los cuatro pasos para la resolución de los problemas planteados?

- En el paso 1: Comprensión del problema, ¿Hicieron un esquema de la situación? ¿Hicieron referencia al juego?
- En el paso 2: Concepción de un plan, ¿vieron una relación entre lo practicado en el juego y la situación planteada? ¿Cómo lo expresaron? ¿Pudieron plantear la expresión matemática que permitía resolver el problema?
- En el paso 3: Ejecución del plan, ¿pudieron resolver la situación planteada en los problemas? ¿Encontraron una respuesta?
- En el paso 4: Visión retrospectiva, ¿expresaron haber aprendido algo con el proceso de resolución? ¿Qué? ¿pudieron plantear nuevas situaciones?

Visita # 12

Centro Escolar Profesor Emilio Urrutia López

**Objetivos de la visita:**

- Discutir con la docente responsable de la sección C del octavo grado, los resultados del desarrollo de la guía sobre la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas relacionados con el área del triángulo.
- Aplicar a un grupo de alumnos y alumnas del octavo grado, sección "C" un instrumento para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, para la comprensión y resolución de problemas geométricos

**PRIMERA PARTE: Recolección de resultados del desarrollo de la guía relacionada con la aplicación de una técnica lúdica para la resolución de problemas sobre áreas de triángulos.**

Se realiza la siguiente entrevista a la docente sobre los resultados de la aplicación de la guía.

**Guía para la entrevista 5**

***Los alumnos y las alumnas:***

1. *¿Recordaron la fórmula para encontrar el área del rectángulo?  
¿Cuántos de ellos y ellas aproximadamente?*
2. *¿Comprendieron la relación entre el área del rectángulo y el área del triángulo? ¿Cuántos de ellos y ellas aproximadamente?*
3. *¿Tuvieron dificultades para el cálculo del área de los triángulos propuestos? ¿Cuáles dificultades?*
4. *¿Comprendieron el procedimiento para el desarrollo del juego: "Dime*

*cuántos triángulos, y te formo un cuadrado”? ¿Qué dificultades presentó el procedimiento para el juego?*

- 5. ¿Desarrollaron el juego según las reglas, realizando los cálculos adecuados para el área de los triángulos y la sumatoria de áreas? ¿Qué dificultades tuvieron?*
- 6. ¿Aplicaron los elementos del juego para la resolución de los problemas planteados sobre el área de triángulos? ¿De qué manera?*

**SEGUNDA PARTE: Aplicación de un instrumento (prueba escrita y entrevista) para obtener insumos, que permitan construir una valoración sobre el aporte de técnicas lúdicas, para la comprensión y resolución de problemas geométricos.**

1. Se pedirá a la maestra responsable de la sección “C” del octavo grado, que seleccione aleatoriamente un grupo de diez alumnos y alumnas que hayan participado en la aplicación de las técnicas lúdicas durante las sesiones de clases anteriores.
2. Se planteará nuevamente al grupo de estudiantes seleccionados, dos de los problemas resueltos en las sesiones de clases anteriores
  - Cálculo del ancho de un río
  - Cálculo del área de la vela de un barco
3. Se entrega a cada alumno y alumna una hoja dividida en dos columnas, una para cada problema. Se pide que se contesten las siguientes preguntas según sus palabras. Cada pregunta deberá responderse dos veces, una por cada problema:

ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR

<p><b>PREGUNTAS</b></p>	<p><b>Una exploradora desea determinar el ancho de un río para poder cruzarlo</b></p>	<p><b>Se desea comprar la tela para la vela de un barco pero no se sabe si el dinero disponible alcanzará</b></p>
<p><i>¿De qué se trata el problema que hay que resolver?</i></p>		
<p><i>¿Cuáles son las cantidades que hay en el problema?</i></p>		
<p><i>¿De qué manera se puede resolver el problema? ¿Tiene alguna relación con los juegos que se hicieron en la clase? ¿Con cuál? ¿Cuál es la relación?</i></p>		
<p><i>¿Cómo se puede representar en el dibujo la forma en que se va a resolver el problema?</i></p>		
<p><i>¿Qué cálculos hay que hacer para resolver el problema?</i></p>		
<p><i>¿Son necesarias todas las cantidades que presenta el problema? Si alguna de ellas falta, ¿se podría resolver el problema?</i></p>		

**ANEXO 1: GUÍAS DE VISITA AL CENTRO ESCOLAR**

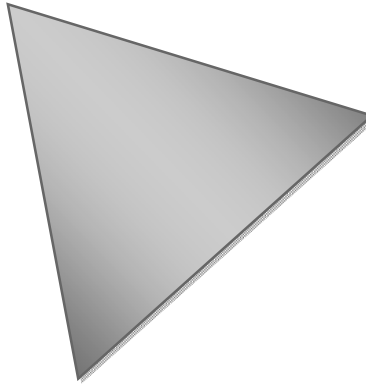
<p><i>¿La respuesta que se encontró es la correcta? ¿Cómo se puede comprobar si es o no, correcta?</i></p>		
<p><i>¿Se podría resolver de otra manera el problema? ¿De qué manera?</i></p>		
<p><i>¿Se podría crear un problema nuevo a partir del problema que se ha resuelto? ¿Cómo podría ser ese nuevo problema?</i></p>		
<p><i>¿Existen pasos para resolver un problema? ¿Cuántos y cuáles son?</i></p>		

4. Se entrega a cada estudiante un problema nuevo para que lo resuelva de manera individual, se da un tiempo para los cálculos, y luego se recogen las páginas con los procedimientos realizados (se analizarán posteriormente)

*Se desea enladrillar una habitación que mide 6.3 m de largo y 4.8 m de ancho. Los ladrillos que se van a utilizar tienen la siguiente forma y medida*

Base: 15.4 cm

Altura: 13.2 cm



*¿Cuántos ladrillos serán necesarios para cubrir todo el piso de la habitación?*

5. Se pregunta a las alumnas y los alumnos (Se recogen las respuestas en una grabación o en una hoja de respuestas):

Según la experiencia que han tenido en años anteriores o en este año:

- e) *¿Recuerdan haber resuelto problemas de geometría anteriormente?*
- f) *¿Creen que los juegos que se han realizado en el aula les ayudan a entender mejor los contenidos de semejanza y área de triángulos? ¿Por qué?*
- g) *¿Conocían los juegos que se han realizado en el aula sobre el contenido de semejanza y área de triángulos?*
- h) *¿Les gustaría seguir realizando juegos en el aula para luego resolver problemas geométricos? ¿Por qué?*

6. Se agradece la colaboración de todos y todas y se da por terminada la actividad.

**Guía para la entrevista 5**

**Según su opinión como docente:**

1. *¿La realización del juego previo al planteamiento de problemas, favoreció a la resolución de los mismos? ¿De qué manera?*
2. *¿Qué es lo que aporta el desarrollo de la técnica lúdica?*
3. *¿Por qué considera que a través del juego, los y las estudiantes adquieren seguridad?*
4. *¿Podría mencionar otros aportes que dan las técnicas lúdicas?*
5. *¿Por qué cree que la técnica lúdica estimula mejor la destreza mental?*
6. *Conociendo a su grupo de alumnos y alumnas ¿Cómo apreció el trabajo que ellos realizaron?*
7. *De acuerdo al desarrollo de la guía y según su experiencia en años anteriores ¿Cuál es la utilidad de las técnicas lúdicas para la resolución de problemas?*
8. *La aplicación de técnicas lúdicas para la resolución de problemas, ¿presenta inconvenientes? ¿Cuáles?*

## ANEXO 2: FOTOGRAFÍAS DE LA INVESTIGACIÓN DE CAMPO

### Primera fase del levantamiento de la información

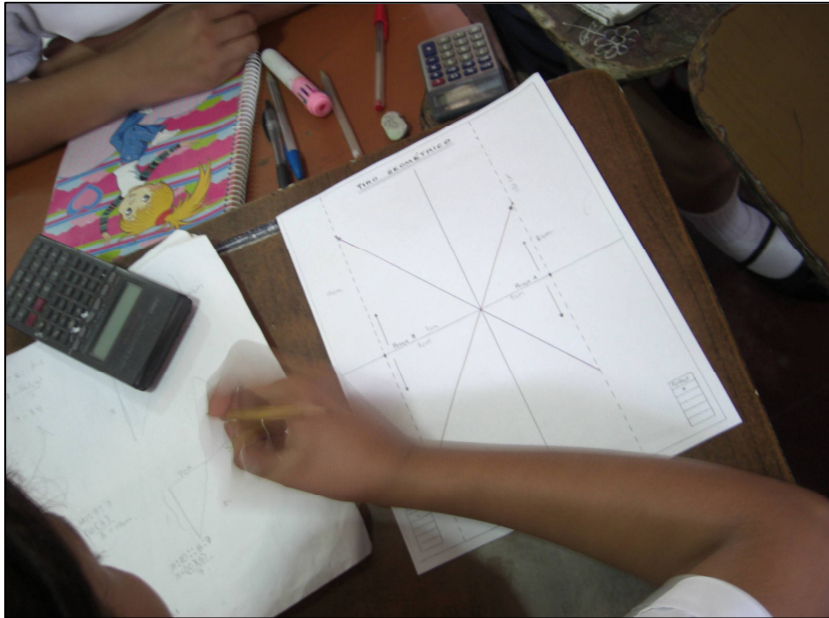


*Grupo de estudiantes del 8º grado, sección "C"*

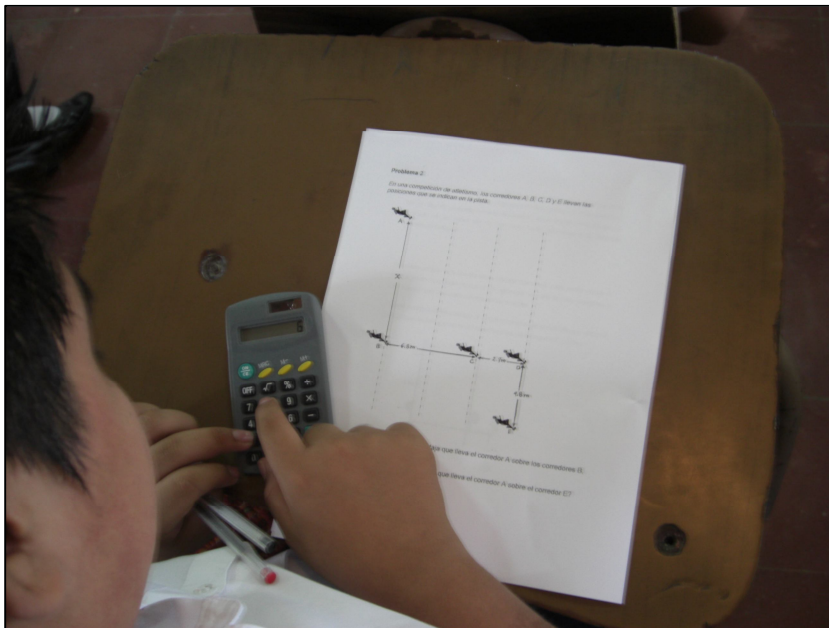


*Docente responsable del 8º grado, sección "C" (izquierda)*

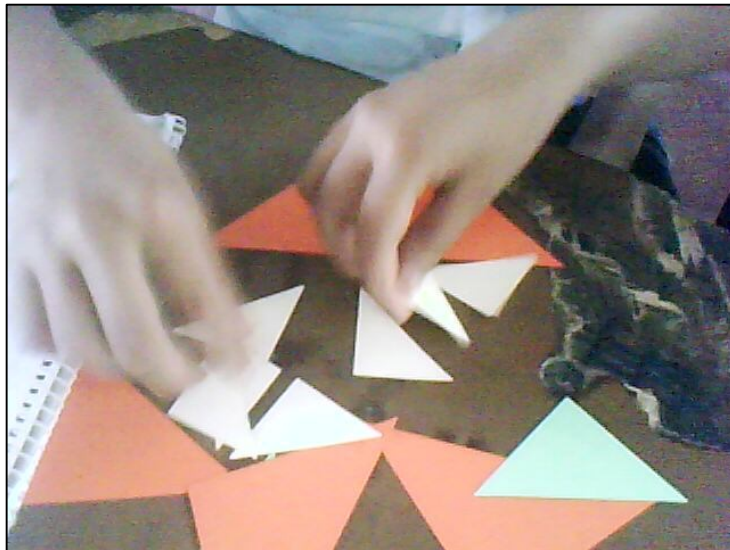
**Segunda fase del levantamiento de la información**



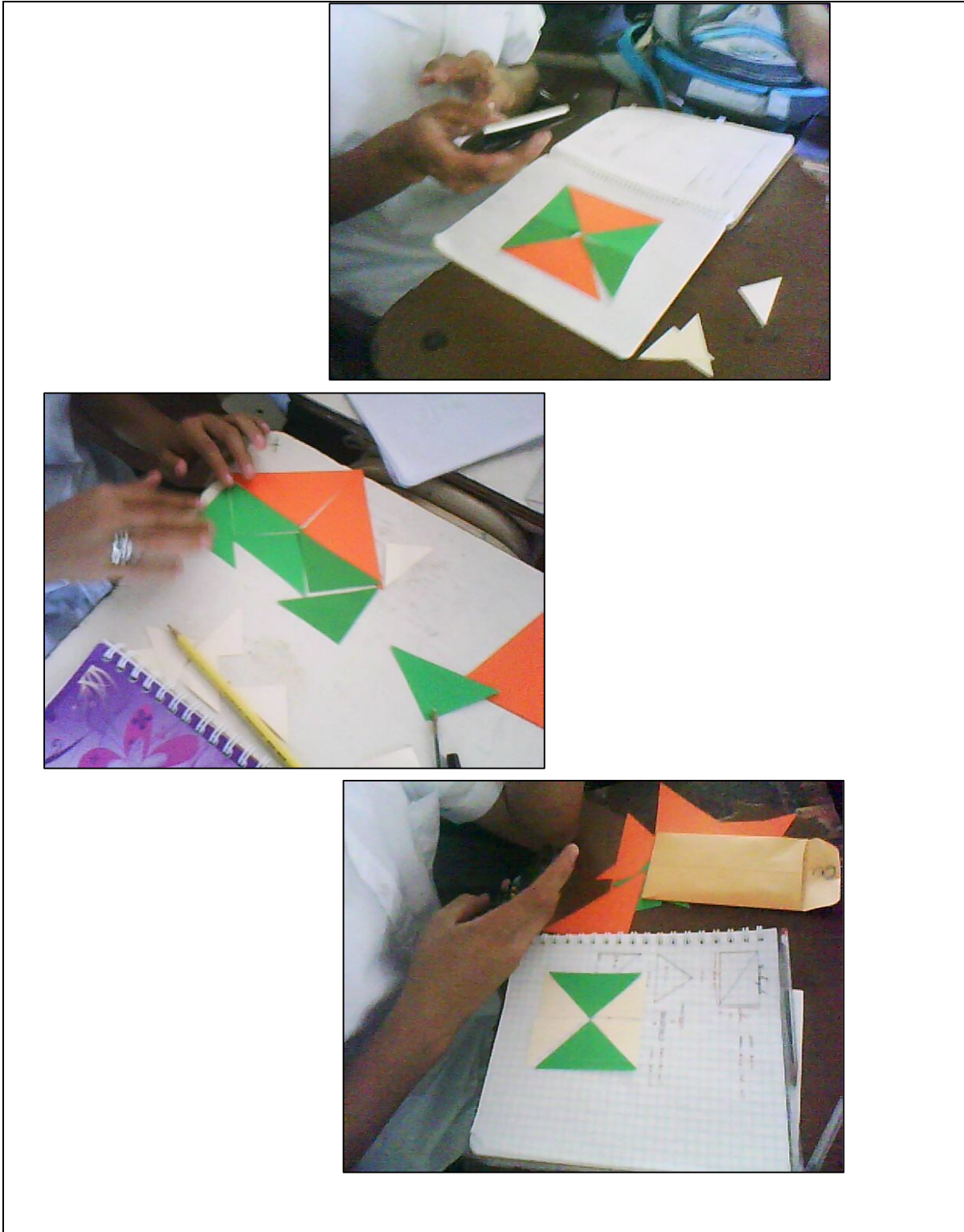
*Estudiantes realizando los cálculos necesarios para efectuar el “Tiro Geométrico”*



*Estudiantes realizando el juego : “Dime cuántos triángulos, y te formo un cuadrado”*



ANEXO 2: FOTOGRAFÍAS DE LA INVESTIGACIÓN DE CAMPO



**Tercera fase del levantamiento de la información**



*Alumna realizando problemas geométricos referentes a la semejanza de triángulos*



*Alumna realizando problemas geométricos referentes a la semejanza de triángulos*

*Estudiantes seleccionados realizando la prueba escrita*

